МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)

А.А. Захарова, А.А. Мицель

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Методические указания к выполнению практических работ
по курсу «Математические и инструментальные методы поддержки
принятия решений» для магистрантов, обучающихся по направлению
09.04.01 «Информатика и вычислительная техника»
(профиль Автоматизированные системы обработки информации и
управления в экономике)

ТОМСК 2017

УДК 681
ББК 32.81
З-38

Захарова А.А., Мицель А.А.
З-38 Математические и инструментальные методы поддержки принятия решений: методические указания к выполнению практических работ по курсу «Математические и инструментальные методы поддержки принятия решений» для магистрантов, обучающихся по направлению 09.04.01 «Информатика и вычислительная техника» (профиль Автоматизированные системы обработки информации и управления в экономике). – Томск: ТУСУР, 2017. – 59 с.

В учебно-методическом пособии приводится описание шести практических работ: выбор оптимальной альтернативы для обоснования решения, метода парных сравнений для оценки ценностных ориентаций потенциального работника, многокритериальный выбор методом ранжирования и методом нечеткой свертки показателей, построение «дерева решений, методы принятия решения в условиях конфликта и неопределенности, разработка таблиц компетентности экспертов.

Учебное пособие предназначено для магистрантов направления 09.04.01 «Информатика и вычислительная техника» (профиль Автоматизированные системы обработки информации и управления в экономике).

Оглавление

Введение

Цель дисциплины «Математические и инструментальные методы поддержки принятия решений» – формирование у студентов теоретических знаний в области принятия управленческих решений, ознакомление с методами решения практических задач принятия решений, формирование практических навыков по использованию специализированного программного обеспечения.

Задачи дисциплины:

- сформировать представление о процессе принятия решений;
- сформировать представление об условиях и задачах принятия решений;
- освоить методы формализации и алгоритмизации процессов принятия решений;
- развить навыки анализа информации, подготовки и обоснования управленческих решений;
- углубить представление о функциях, свойствах, возможностях систем поддержки принятия решений;
- сформировать навыки использования систем поддержки принятия решений для решения прикладных задач.

В методических указаниях предложены задания для формирования навыков решения практических задач в области принятия решений по следующим основным темам:

- основные понятия теории принятия решений;
- измерения при принятии решений;
- принятие решений при многих критериях;
- принятие решений в условиях определенности;
- принятие решений в условиях риска;
- принятие решений в условиях конфликта и неопределенности;

Практическая работа 1. «Применение схемы выбора оптимальной альтернативы для обоснования решения»

Цель работы: Закрепление знаний и получение навыков реализации процесса выбора оптимальной альтернативы при принятии решения.

Задачи:

1. Закрепить знания об основных понятия теории принятия решений:
   - лицо, принимающее решение;
   - схема процесса принятия решения;
   - схема процесса выбора оптимальной альтернативы;
   - альтернативы (допустимые и оптимальные);
   - ограничения;
   - критерии (показатели качества процесса).
2. Получить навык применения схемы выбора оптимальной альтернативы для конкретного решения
3. Иметь опыт применения метода взвешенных сумм для выбора оптимальной альтернативы в условиях индивидуального выбора.

Задание и ход работы

1. Кратко привести описание основных понятий теории принятия решений:
   - лицо, принимающее решение;
   - схема процесса принятия решения;
   - схема процесса выбора оптимальной альтернативы;
   - альтернативы (допустимые и оптимальные);
   - ограничения;
   - критерии (показатели качества процесса).
2. Выбрать проблему, для решения которой необходимо принять решение. Можно использовать любые ситуации: производственные, личные и т.д.

Например, проблема – низкая эффективность имеющихся способов передвижения в течение дня.

3. Сформулировать цель, достижению которой мешает данная проблема

Например, цель – увеличение производительности своего труда

4. Сформулировать множество альтернатив, решающих данную проблему (5-7 альтернатив)

5. Сформулировать ограничения на альтернативы решения выбранной проблемы.

Например, ресурсные ограничения (финансовые возможности и др.), технологические ограничения (возможность реализации того или иного способа передвижения) и т.п.

6. Исходя из сформулированных ограничений, получить множество допустимых альтернатив (4-5 альтернатив)

7. Сформулировать 5 критериев (показателей качества процесса) для оценки альтернатив

8. Назначить прямым способом веса критериев. Сумма весов критериев равна 1.

9. Выбрать шкалу для оценки критериев (например, бальную от 1 до 5). Осуществить экспертную оценку альтернатив по критериям, представить в виде таблицы 1.1.

Таблица 1.1

Экспертная оценка альтернатив по критериям

Альтернативы	Критерии				
	$К_1$	$К_2$	$К_3$	$К_4$	$К_5$
$А_1$	$О_{11}$	$О_{12}$	…	…	…
$А_2$	…	$О_{22}$	…	…	…
$А_3$	…	…	…	…	…
$А_4$	…	…	…	…	…
$А_5$	…	…	…	…	$О_{55}$

10. Осуществить свертку оценок альтернатив методом взвешенной суммы, представить в виде таблицы 1.2.

Таблица 1.2

Свертка альтернатив по критериям

Альтернативы	Критерии					Взвешенные оценки альтернатив
	$К_1$	$К_2$	$К_3$	$К_4$	$К_5$	
$А_1$	$О_{11}$	$О_{11}$	…	…	…	= $О_{11}$*$ВесК_1$ + $О_{12}$*$ВесК_2$+ … + … $О_{15}$*$ВесК_5$
$А_2$	…	$О_{22}$	…	…	…	…

A_3	…	…	…	…	…	…
A_4	…	…	…	…	…	…
A_5	…	…	…	…	O_{55}	…

11. Выбрать оптимальную альтернативу – альтернативу, имеющую максимальную взвешенную оценку.

Методические указания

Принятие решения - это выбор определенного действия из множества возможных вариантов (альтернатив).

Альтернативой в процессе принятия решений называют способ действий или стратегию по достижению цели.

Способы действий – это способы использования ресурсов, поэтому возможности ЛПР всегда ограничены возможностью использования ресурсов.

Каждая альтернатива может быть охарактеризована величиной затрат ресурсов (которые всегда ограничены); возможными последствиями исхода, вероятностью достижения цели. Затраты ресурсов, вероятность достижения цели и результат являются прогнозными характеристиками. Поэтому процесс принятия решения всегда сопряжен с неопределенностью, риском, неясностью.

Принятие решения – есть выбор наилучшей (оптимальной) или приемлемой, удовлетворительной альтернативы, т. е. определенные действия над множеством альтернатив, в результате которых получается подмножество допустимых (возможных) альтернатив, удовлетворяющих налагаемым ограничениям. Далее допустимые (возможные) альтернативы, вернее их результаты (исходы, последствия), сравнивают по принятым критериям эффективности, которые являются чаще всего математическим выражением цели и определяют степень достижения цели для каждой отобранной альтернативы. Альтернатива, достигшая экстремума этого критерия, называется оптимальной.

Таким образом, альтернативы, удовлетворяющие требованиям (ограничениям), называют ***возможными*** или ***допустимыми,*** а альтернативу, достигающую экстремума критерия, называют ***оптимальной*** стратегией (рис. 1.1).

В качестве ограничений выступают затраты, способы использования ресурсов на осуществление альтернативы. Кроме показателя затрат ресурсов, каждая альтернатива может быть охарактеризована определенным исходом и вероятностью достижения цели.

Критерий (от греч. criterion – средство для суждения; признак, на основании которого производится оценка; мерило, суждение) – это способ описания альтернативных вариантов решений, способ выражения различий между ними (альтернативами) с точки зрения предпочтений лица, принимающего решения (ЛПР). Поэтому критериями называют показатели, характеризующие общую ценность решений таким образом, что у ЛПР имеется стремление получить по ним наиболее предпочтительные (или лучшие) оценки.

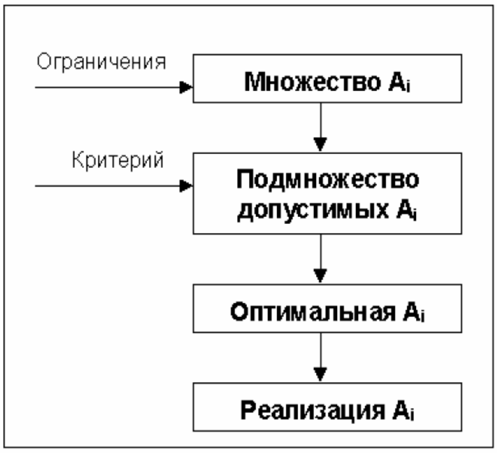

Рис. 1.1. Упрощенная схема выбора оптимальной альтернативы

Требования, предъявляемые к критериям:

– полнота (набор критериев должен обеспечивать адекватность оценки достижения цели решения);

– операциональнсть (наличие у критерия четкой, однозначной формулировки);

– декомпозируемость (возможность структуризации системы критериев);

– достаточность (отсутствие избыточности);

– минимальность (набор критериев должен быть минимально необходимым для осуществления оценки);

– измеримость (каждый критерий должен давать количественную или качественную оценку степени достижения цели).

Наиболее удобны для анализа те альтернативы, в которых мерилом эффективности является единственный количественный критерий (доход, прибыль, издержки и т.д.). Единственный критерий, используемый для оценки альтернатив, называют скалярным, а совокупность критериев, характеризующих альтернативы, называют векторным критерием. Задачи оценки эффективности решений одновременно по нескольким критериям называют многокритериальными.

На рис.1.2 представлена более подробная схема выбора альтернативы. Для принятия правильного решения должна быть правильно понята (описана) цель управляемого процесса. Обработка информации о состоянии управляемого процесса должна быть осуществлена таким образом, чтобы при минимальном ее количестве можно было провести сравнение фактического состояния процесса с тем, которое должно соответствовать качественному выполнению поставленной задачи в настоящий момент времени и в прогнозируемый период. Управление, осуществляемое по положению дел в настоящий момент времени, никогда не может быть качественным. Даже в простейших системах без прогнозирования обойтись просто невозможно, т.к. выработка решений, исходя из задач только сегодняшнего дня, может привести даже к нарушению правильного функционирования системы.

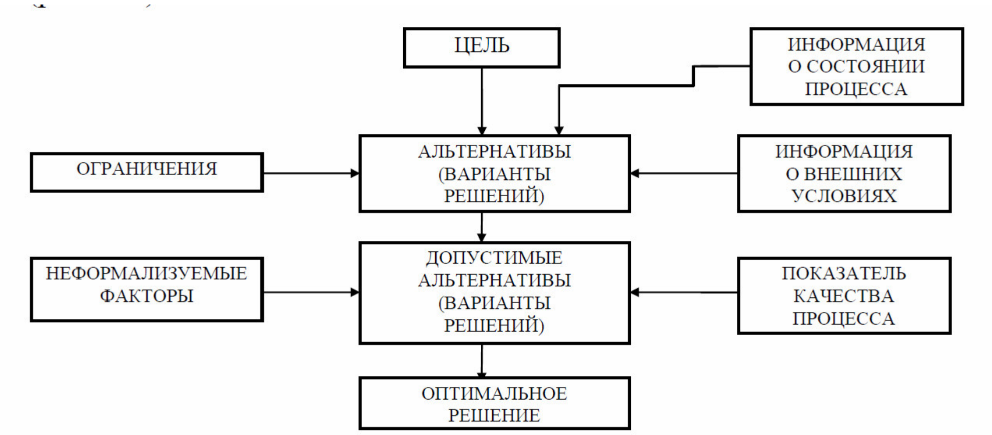

Рис 1.2 – Схема выбора оптимальной альтернативы

Сравнивая фактическое положение дел и их прогноз, а также учитывая информацию о внешних условиях, вырабатывается ряд возможных решений (альтернатив), при реализации которых будет обеспечиваться достижение поставленной цели. Чем больше выработано этих альтернатив, тем лучше (если хватает времени на их анализ), т.к. в этом случае не будет упущена какая-либо ценная альтернатива. Исходя из анализа ограничений (например, по имеющимся ресурсам), с учетом допустимой степени самостоятельности в принятии решения и принципов нормального протекания процесса (недопустимость потери устойчивости), получают допустимые альтернативы (варианты решений). Из них выбирают оптимальное, т.е. такое, при котором максимизируется (или минимизируется, в зависимости от характера) показатель качества процесса.

Практическая работа 2. «Применение метода парных сравнений для оценки ценностных ориентаций потенциального работника»

Цель работы: Получение навыка осуществления субъективных измерений в процессе выбора оптимальной альтернативы при принятии решения в процессе группового выбора.

Задачи:

1. Получить навык применения метода парных сравнений для субъективного измерения альтернатив
2. Получить навык агрегирования матриц парных сравнений группы экспертов
3. Получить навык оценки согласованности группового мнения.

Описание ситуации: молодой специалист заканчивает высшее учебное заведение по специальности «Менеджмент». Ему предлагают работу в нескольких организациях, каждая из которых располагает разными возможностями удовлетворения сложившихся у молодого специалистов запросов.

Постановка задачи: Каким ценностным ориентациям отдаст предпочтение молодой специалист при выборе своей будущей работы? Проранжируйте их, используя методы ранжировки и парных сравнений.

1. Хорошо зарабатывать
2. Получать отпуск в удобное время
3. Работать в нормальных санитарно-гигиенических условиях
4. Работать в дружном, сплоченном коллективе
5. Получить жилье или улучшить жилищные условия
6. Повышать свое профессиональное мастерство
7. Наиболее полно использовать способности и умения

8. Получать, ощущать общественное признание за свои трудовые достижения

9. Активно участвовать в управлении производством

10. Иметь надежное рабочее место

11. Власть и влияние (право принимать решения)

12. Продвижение по службе

13. Соответствие интересов на работе и вне ее

14. Общение с интересными, эрудированными коллегами

15. Иметь спокойную работу с четко определенным кругом обязанностей

16. Иметь хорошее обеспечение в старости

Методические указания:

Необходимо проранжировать предлагаемые альтернативы по степени их значимости для работника. При этом используются методы ранжировки и попарных сравнений.

1. Проведите индивидуальную ранжировку альтернатив, используя ранги от 1 до 16.

2. Оцените важность альтернатив методом попарных сравнений

Для определения степени значимости ориентаций создайте экспертную группу (4-5 человек). Каждый член экспертной группы заполняет матрицу попарных сравнений ценностных ориентаций (см. таблицу 2.1).

По строкам и столбцам матрицы записываются соответствующие наименования или номера ценностных ориентаций. Каждый член экспертной группы заполняет одну матрицу следующим образом. Например, если при сравнении ориентаций 1 и 3 предпочтение отдается ориентации 1, то в строке, соответствующей ориентации 1 (строка 1, столбец 3), выставляется 2 балла. Аналогично в строке 3 (столбец 1) выставляется 0. Если эксперт затрудняется отдать предпочтение какой-либо позиции, то в соответствующей строке и столбце он проставляет по одному баллу. После заполнения всей матрицы баллы суммируются по строкам. Проведите ранжировку полученных сумм.

После этого сравните результаты, полученные вами в результате прямой ранжировки и путем попарных сравнений

Затем полученные значения все эксперты заносят в сводную матрицу (таблица 2.2).

Для снижения субъективного фактора при определении значимости ценностных ориентаций экспертные ряды проверяются по формуле;

$К = З_1/З_2$,

где К — коэффициент устойчивости экспертного ряда;

$З_1$ — максимальная значимость в экспертном ряду;

$З_2$ — минимальная значимость в экспертном ряду.

Затем коэффициент устойчивости экспертного ряда сравнивается с нормативным значением этого коэффициента ($К_н$), который равен 2,0. Если значение $К > К_н$ то необходимо одно из значений ряда вычеркнуть. После этого еще раз проверяется значение К и рассчитываются среднеарифметические значения значимости каждой ценностной ориентации.

Сводная матрица позволяет проранжировать все ценностные ориентации по степени их значимости с учетом мнений всех экспертов.

Таблица 2.1

Матрица парных сравнений ценностных ориентаций

№№ цен. ориентац	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	Сумма, баллы
1	1		2														
2		1															
3	0		1														
4				1													
5					1												
6						1											
7							1										
8								1									
9									1								
10										1							
11											1						
12												1					
13													1				
14														1			
15															1		
16																1	

Таблица 2.2

Агрегирование групповой оценки ценностных ориентаций

№ ориентации	Эксперт 1	Эксперт 2	Эксперт 3	Эксперт 4	Эксперт 5	Среднее арифметическое значение, баллы	Ранг ценностной ориентации
1							
2							
…							
16							

Практическая работа 3 «Многокритериальный выбор методом ранжирования и методом нечеткой свертки показателей»

Цель работы: Получить навык многокритериальной оценки альтернатив в условиях индивидуального выбора

Задачи:

1. Получить навык применения метода ранжирования для сравнения многокритериальных альтернатив
2. Получить выделения множества Парето (эффективных альтернатив)
3. Получить навык применения нечеткой свертки оценок альтернатив

Постановка задачи

Вагоностроительный завод в 60-е годы разработал и освоил выпуск 8-осных думпкаров для горнорудной промышленности. Думпкар имеет грузоподъемность 130-170 т, емкость кузова 53 м3 и предназначен для перевозки и механизированной погрузки - разгрузки скальных пород объемной массой 2,5-3,2 т/м3. Погрузка в думпкар производится экскаваторами с емкостью ковша 4-6 м3.

Опыт эксплуатации этого думпкара на горнодобывающих предприятиях показал его недостаточную эффективность. Предприятия оснащены экскаваторами с емкостью ковша 12,5 м3 и ожидается поступление экскаваторов с емкостью ковша 16 м3. Объемная масса перевозимых грузов не превышает 1,5 т/м3. Поэтому грузоподъемность думпкара и производительность экскаватора используются не полностью. Пневматическая система разгрузки думпкара в условиях низких температур работает ненадежно.

В целях повышения эффективности думпкаров вагоностроительный завод получил заказ на разработку и поставку новых 8-осных думпкаров с электрогидравлической системой разгрузки для оснащения крупных существующих и перспективных угольных разрезов. В результате предпроектных исследований были предложены восемь типов думпкаров с электрогидравлической системой разгрузки. Учитывая сжатые сроки разработки, ограниченные возможности экспериментальной и конструкторских служб завода, для проектирования и постройки опытного образца необходимо было выбрать один тип думпкара.

Таким образом, проблемная ситуация заключалась в анализе и выборе одного из восьми типов думпкаров для дальнейшего проектирования и производства.

Для принятия решения было созвано научно-техническое совещание с участием всех заинтересованных организаций. Мнения участников совещания разделились. Окончательное решение оставалось за председателем совещания. Решение должно быть принято в конце совещания.

Информация для принятия решения имелась в предпроектных исследованиях научно-исследовательских институтов и конструкторских служб завода, в высказываниях участников совещания.

Для принятия решения были сформулированы *цели*, которые представляют собой технико-экономические показатели думпкара:

A_1 - максимальная грузоподъемность;

A_2 - максимальная емкость кузова;

A_3 - минимальная металлоемкость тары;

A_4 - максимальная экономическая эффективность думпкара;

A_5 - минимальная цена думпкара;

A_6 - минимальная длина думпкара по осям автосцепки.

Множество *ограничений* в данной задаче представляют собой допустимые значения основных технико-экономических показателей думпкара:

B_1 - грузоподъемность не менее 180 т;

B_2 - емкость кузова не менее 120 м3 ;

B_3 - металлоемкость тары не более 60 т;

B_4 - экономическая эффективность не менее 240 тысяч руб.;

B_5 - цена думпкара не более 400 тысяч руб.;

B_6 - длина по осям автосцепки не более 22 м.

Множество вариантов решения составляют восемь типов думпкаров:

Y_1 - думпкар односекционный, с односторонней разгрузкой, с централизованной раздачей жидкости по составу из локомотива;

Y_2 - думпкар односекционный, с двухсторонней разгрузкой, с централизованной раздачей жидкости по составу из локомотива;

Y_3 - думпкар двухсекционный, с односторонней разгрузкой, с централизованной раздачей жидкости по составу из локомотива;

Y_4 - думпкар двухсекционный, с двухсторонней разгрузкой, с централизованной раздачей жидкости по составу из локомотива;

Y_5 - думпкар односекционный, с односторонней разгрузкой, с индивидуальным гидроприводом;

Y_6 - думпкар односекционный, с двухсторонней разгрузкой, с индивидуальным гидроприводом;

Y_7 - думпкар двухсекционный, с односторонней разгрузкой, с индивидуальным гидроприводом;

Y_8 - думпкар двухсекционный, с двухсторонней разгрузкой, с индивидуальным гидроприводом.

Показатели достижения целей и их значения для каждого думпкара приведены в таблице 3.2. В соответствии с этими данными в табл. 3.1 представлен пример ранжирования решений по первому показателю.

Таблица 3.1

Пример ранжирования решений по первому показателю

Варианты решений	Показатели достижения целей					
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
Y_1	1					
Y_2	2					
Y_3	3					
Y_4	4					
Y_5	2					
Y_6	3					
Y_7	4					
Y_8	5					

Таблица 3.1

Показатели достижения целей и их значения для думпкаров

Варианты решений	Показатели достижения целей					
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
	Грузоподъемность, т.	Емкость кузова, м^3	Тара (Металлоемкость), т.	Эффективность в производстве и эксплуатации, тыс. руб.	Цена, тыс. руб.	Длина по осям автосцепки, м.
Y_1	182	118	58	250	370	20
Y_2	180	116	60	240	390	20
Y_3	178	120	62	220	400	22
Y_4	176	120	64	210	410	22
Y_5	180	118	60	240	400	21
Y_6	178	116	62	220	410	21
Y_7	176	120	64	210	430	23
Y_8	174	120	66	200	440	23

Задачей является выбор оптимального решения. Для этого, используя таблицу ранжировок решений, сначала необходимо определить эффективные решения. Эффективным является решение, все показатели которого не хуже одноименных показателей других решений и хотя бы один показатель является лучшим, чем у других решений. Если у двух сравниваемых решений одни показатели лучше у первого решения, а другие - у второго, то решения являются несравнимыми. Выявление множества эффективных решений осуществляется путем последовательного попарного сравнения решений по всем показателям и исключения из дальнейшего рассмотрения неэффективных, т. е. худших решений. Оптимальное решение выбирается из множества несравнимых эффективных решений с учетом индивидуальных предпочтений ЛПР.

Задание:

1. По данным табл. 3.1 выполнить ранжирование решений по показателям A_2-A_6, результаты ранжирования занести в табл. 3.2. Ранжирование осуществляется порядковыми номерами, при этом

наилучшему решению присваивается ранг 1. Решениям с одинаковыми значениями показателя присваивается одинаковый ранг.

2. На основании таблицы ранжирования определить множество эффективных решений. Для облегчения этой задачи рекомендуется осуществлять попарное сравнение внутри следующих подмножеств решений: Y_1, Y_2, Y_5, Y_6 и Y_3, Y_4, Y_7, Y_8.

3. Сравнить между собой полученные эффективные решения и выбрать из них более предпочтительное (оптимальное). Обосновать сделанный выбор.

4. Построить функции принадлежности для каждого критерия прямым методом

5. Рассчитать интегральные показатели оценки альтернатив на основе нечеткой свертки

а) при равной значимости критериев;

б) при одинаковой значимости критериев.

Методические указания

Метод расчета интегрального показателя выполнения стратегии предприятия.

Одним из этапов стратегического управления предприятием является мониторинг состояния эффективности реализации стратегического плана. Естественно использовать для контроля выполнения стратегии целевые показатели развития предприятия, которые показывают степень продвижения по выбранным стратегическим направлениям к главной цели стратегического развития.

Набор показателей, служащих ориентирами стратегического развития, индивидуален для каждого конкретного предприятия. По каждому показателю должны быть определены желательные их изменения по годам развития предприятия.

Целевые показатели развития носят многоплановый характер, имеют различные единицы измерения, направление и интенсивность изменения. Установление однозначной математической зависимости между ними проблематично и требует проведения дополнительных исследований.

Также нельзя забывать о том, что процесс разработки стратегии развития, целевые ориентиры стратегии, оценки социально-экономического положения города основываются на информации, получаемой от человека (эксперта), что обуславливает наличие качественных описаний. Таким образом, сформулируем основные требования к модели интегральной оценки выполнения стратегии предприятия:

1. Агрегирование многих критериев, имеющих различную размерность и направленность изменений.

2. Универсальная форма агрегации критериев, т.е. должна быть возможность использования модели интегральной оценки для разных муниципальных образований.

3. Учет весов критериев, т.е. их важности в интегральной оценке.

4. Формализация нечетких понятий для обеспечения эффективной обработки качественной информации наравне с четкими количественными данными.

5. Привязка интегрального показателя к целевым ориентирам стратегического развития города.

Использование аппарата теории нечетких множеств в модели интегральной оценки позволяет учесть все эти требования.

Каждый целевой показатель стратегического развития (критерий интегральной оценки) можно рассматривать как нечеткую переменную $(\alpha_i, X, C(\alpha_i))$, где α_i – наименование нечеткой переменной, $X = \{x\}$ – область ее определения (базовое множество), $C(\alpha_i) = \{\mu_{C\alpha_i}(x)/x\}, (x \in X)$ – нечеткое подмножество множества *X,* описывающее ограничения на возможные значения переменной α_i.

Экспертным путем строятся функции принадлежности критериев. По сути, функции принадлежности критериев будут отражать степень соответствия фактического значения критерия запланированному.

Оценка критерия на определенный момент времени задается как степень принадлежности $\mu_{C\alpha_i}(x)$ фактического значения критерия нечеткому множеству $C(\alpha_i)$.

Свертка критериев осуществляется на основе операции пересечения нечетких множеств.

Если имеется *n* критериев $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$, то интегральная оценка *IS* определяется по формуле :

$$IS = C(\alpha_1) \cap C(\alpha_2) \cap ... \cap C(\alpha_n).$$

Операция пересечения нечетких множеств соответствует операция min, выполняемая над их функциями принадлежности:

$$\mu_{IS} = \min_{i=1,n} \mu_{C\alpha_i}(x). \qquad (3.1)$$

Чем больше значение функции принадлежности μ_{IS}, тем выше значение интегрального показателя, тем ближе развитие предприятия к состоянию, определенному целевыми ориентирами развития.

В случае если критерии имеют различную важность, каждому из них приписывается число $w_i \geq 0$ (чем важнее критерий, тем больше w_i). Тогда интегральная оценка определяется по формуле:

$$IS = C^{w_1}(\alpha_1) \cap C^{w_2}(\alpha_2) \cap ... \cap C^{w_n}(\alpha_n);$$

$$w_i \geq 0, i = \overline{1,n}; \quad \frac{1}{n} \sum_{i=1,n} w_i = 1.$$

Функция принадлежности μ_{IS} определяется по формуле:

$$\mu_{IS} = \min_{i=1,n} \mu^{w_i}{}_{C\alpha_i}(x) \qquad (3.2)$$

При определении области определения нечетких переменных α_i, описывающих целевые ориентиры реализации стратегии, используются следующие правила:

1. В области определения выделить интервал запланированных значений показателя. При этом в качестве «нижней» контрольной точки x_1 можно, например, использовать значение показателя развития за год, предшествующий началу реализации стратегии, или пороговое значение показателя развития.

2. В качестве «верхней» контрольной точки x_2 использовать значение, которое можно достигнуть при выполнении запланированных изменений показателя (целевого ориентира).

3. Область определения не должна ограничиваться нижней и верхней контрольными точками, так как реальное значение показателя может оказаться как выше, так и ниже базового и планового значений. Предлагается область определения задавать следующим интервалом:

$$X \in [x_1 \mp \frac{|x_2 - x_1|}{2}; x_2 \pm \frac{|x_2 - x_1|}{2}]. \qquad (3.3)$$

Выбор знака «+» или «-» зависит от желательного направления изменения показателя. Например, для показателя «Убытки» x_1 будет находиться правее x_2, следовательно, в формуле нужно использовать нижний знак.

Таким образом, область определения нечеткой переменной, описывающей целевой ориентир стратегического развития предприятия, условно можно разделить на три области (см. табл.3.3). Соответственно функцию принадлежности $\mu_{C\alpha_i}(x) \in [0;1]$ также условно нужно разбить на три интервала, значения функции принадлежности представлены в таблице 3.3.

Таблица 3.3

Область определения нечеткой переменной

Область X	Характеристика	$\mu_{C\alpha_i}(x)$
$X_{пл}$	Область планового изменения критерия	[0,25; 0,75]
$X_{отр}$	Область ухудшения нижнего значения критерия	[0; 0,25]
$X_{пол}$	Область превышения верхнего значения критерия	[0,75; 1]

Так как $\mu_{C\alpha_i}(x) \in [0;1]$, то и значение интегрального показателя стратегического развития города находится в интервале [0;1], интерпретация значений представлена в таблице 3.4.

Значения μ_{IS}, представленные в таблице 3.4, отражают случай равенства весов критериев. При различных весах значения границ интервалов μ_{IS} в таблице 3.3 нужно возвести в степень $w_{\max} = \max\limits_{i=1,n} w_i$.

Предлагаемая модель интегральной оценки стратегического развития предприятия позволяет отслеживать изменение ситуации, проводить сравнение интегральных оценок по годам развития, а также осуществлять мониторинг эффективности реализации стратегии развития предприятия.

Таблица 3.4

Интерпретация значений интегрального показателя

μ_{IS}	Характеристика
[0,25; 0,75]	Все целевые ориентиры не ниже нижних контрольных значений, причем, чем ближе к 0,75, тем ближе текущее состояние социально-экономического развития предприятия к комплексному целевому стратегическому ориентиру реализации стратегии.
[0; 0,25]	Значения одного или нескольких критериев ухудшились по сравнению с контрольными значениями
[0,75; 1]	Значения всех критериев достигли или превысили запланированные значения

Этапы выполнения работы

Этап 1. Постановка задачи.

Выбрать целевые ориентиры стратегического развития предприятия (технико-экономические показатели думпкара из таблицы 1).

Этап 2. Построение функций принадлежности нечетких множеств, описывающих критерии.

При построении функции принадлежности нечетких переменных критериев интегральной оценки использовать прямой метод, задавать функцию принадлежности простым перечислением. При определении области определения нечетких переменных α_i, описывающих критерии, использовать правила, приведенные выше.

Этап 3**.** Определение конкретных значений степеней принадлежности для каждого критерия по предлагаемым альтернативам (вариантам думпкара).

Для каждого фактического значения критерия по вариантам думкара определить степени принадлежности этого значения нечеткому множеству. Если конкретное значение отсутствует в перечислении нечеткого множества, то необходимо применить линейную аппроксимацию.

Этап 4. Назначение весов критериев.

Назначить веса важности для каждого критерия. Должно соблюдаться следующее условие нормировки: сумма весов, деленная на количество критериев, равна единице.

Этап 5. Расчет интегральных оценок.

Рассчитать интегральные оценки для думпкара при равной важности критериев (по формуле 1) и разной важности (по формуле 2).

Пример использования метода интегральной оценки на примере стратегии развития города Юрги.

1. Разработка стратегии социально-экономического развития города Юрги была впервые осуществлена в 2004 году. Целевые ориентиры стратегического развития установлены на период 2004–2013 гг. Это не позволяет рассчитать интегральный показатель стратегического развития города по полному перечню целевых ориентиров.

В связи с этим, для апробации предложенной модели, были рассчитаны интегральные показатели по ограниченному перечню целевых ориентиров за период 2000–2003 гг. Выбранные целевые показатели социально-экономического развития в динамике представлены в таблице 3.5.

Таблица 3.5

Целевые показатели социально-экономического развития города в динамике

Целевые показатели социально-экономического развития города	Годы			
	2000	**2001**	**2002**	**2003**
1. Постоянное население (на начало года), тыс. чел.	86,1	85,2	84,5	83,8
2. Общая смертность, человек на 1000 населения	15,2	15,9	15,5	14,7
3. Младенческая смертность, человек на 1000 родившихся	7	7	9,1	8,9
4. Рождаемость, человек на 1000 населения	8,9	9,4	10,1	9,9
5. Соотношение денежных доходов населения и величины прожиточного минимума	1,47	1,6	1,7	1,7

2. В качестве экспертов, перед которыми ставилась задача построения функций принадлежности целевых показателей, выступили специалисты отдела по социально-экономическому планированию, прогнозированию и труду Администрации города Юрги. В результате были построены функции принадлежности нечетких множеств для пяти нечетких переменных:

$C(\alpha_1) = \{0/82,65;\ 0,25/83,8;\ 0,75/86,1;\ 1/87,25\}$;

$C(\alpha_2) = \{0/17,5;\ 0,25/16,1;\ 0,75/14,7;\ 1/13,3\}$;

$C(\alpha_3) = \{0/10,75;\ 0,25/9,5;\ 0,75/7,0;\ 1/5,75\}$;

$C(\alpha_4) = \{0/8,3;\ 0,25/8,9;\ 0,75/10,1;\ 1/10,7\}$;

$C(\alpha_5) = \{0/1,355;\ 0,25/1,47;\ 0,75/1,7;\ 1/1,815\}$.

3. Далее были определены конкретные значения функций принадлежности для каждого целевого показателя по годам развития (представлены в таблице 3.6).

4. Веса критериев были определены экспертами: $w_1 = 0,75$; $w_2 = 1,25$; $w_3 = 0,75$; $w_4 = 1,25$; $w_5 = 1,0$.

Таблица 3.6

Значения функций принадлежности для каждого целевого показателя по годам развития

Целевой показатель	Значения $\mu_{C_{\alpha_i}}$ по годам развития			
	2000	2001	2002	2003
1. Постоянное население (на начало года)	0,75	0,55	0,42	0,25
2. Общая смертность	0,57	0,32	0,46	0,75
3. Младенческая смертность	0,75	0,75	0,33	0,3
4. Рождаемость	0,25	0,46	0,75	0,67
5. Соотношение денежных доходов населения и величины прожиточного минимума	0,25	0,7	0,75	0,75

5. Расчет интегрального показателя осуществлялся в двух вариантах.

А) По формуле (3.1) определили значения интегральных показателей по годам при равенстве важности критериев:

$\mu_{IS}(2000) = 0,25$; $\mu_{IS}(2001) = 0,32$; $\mu_{IS}(2002) = 0,33$; $\mu_{IS}(2003) = 0,25$.

В 2002 году наблюдается наибольшее значение интегрального показателя. Таким образом, при равной важности целевых показателей, именно в 2002 году комплексное социально-экономическое положение города было наиболее близко к желаемому (планируемому).

Б) По формуле (3.2) определили значения интегрального показателя при разной важности критериев. Значения интегральных показателей составили:

$\mu_{IS}(2000) = 0,18$; $\mu_{IS}(2001) = 0,24$; $\mu_{IS}(2002) = 0,38$; $\mu_{IS}(2003) = 0,35$.

Как и в первом случае, наилучшее значение интегрального показателя в 2002 году.

Практическая работа 4. Построение «дерева решений»

Цель – формирование навыка применения метода «дерева решений» для решения задачи выбора альтернатив в условиях риска.

Задание:

1. Сформулировать задачу принятия решений, аналогичную «задаче с вазами», но интерпретация всех элементов задачи (альтернатив,

решений, выигрышей и проигрышей) должна относиться к конкретной предметной области, выбранной магистрантом для научных исследований. Например:

- выбор инструментов маркетинговой политики;
- выбор кредитных продуктов;
- выбор инвестиционных проектов для финансирования;
- оценка исков ИТ-проектов;
- выбор web-сервисов для эффективного продвижения компании в сети Интернет и др.

Условия задачи следует представить в текстовом и табличном видах.
2. Построить дерево решений задачи № 1, свернуть его, получить полезности альтернатив.
3. Аналогично «задаче с вазами» ввести дополнительное условие задачи, связанное со снижением риска принятия решения (повысить уровень информированности об условиях принятия решений). Предусмотреть «плату» за это.
4. Составить дерево решений задачи № 2 с учетом дополнительного варианта решения: повышать ли уровень информированности об условиях принятия решения.
5. Рассчитать вероятности событий для всех ветвей решений.
6. Свернуть дерево решений № 2, определить полезности альтернатив. Сделать вывод.

Методические указания выполнения задания:

Задача с вазами

Теория полезности экспериментально исследовалась в так называемых задачах с вазами (или урнами). Ваза - это непрозрачный сосуд, в котором находится определенное (известное лишь организатору эксперимента) количество шаров различного цвета.

Задачи с вазами типичны для группы наиболее простых задач принятия решений - задач статистического типа. Для решения этих задач надо знать элементарные начала теории вероятностей. Человек делает выбор в этих задачах, основываясь на расчетах. Варианты действий выражены в наиболее простом виде.

1. Типовая задача для испытуемого может быть представлена следующим образом. Перед испытуемым ставится ваза, которая может быть вазой 1-го или 2-го типа. Дается следующая информация: сколько имеется у экспериментатора ваз 1-го и 2-го типов; сколько черных и красных шаров в вазах 1-го и 2-го типов; какие выигрыши ожидают испытуемого, если он угадает, какого типа ваза; какие проигрыши ожидают его, если он ошибется.

После получения такой информации испытуемый должен сделать выбор: назвать, к какому типу принадлежит поставленная перед ним ваза.

Пусть, например, экспериментатор случайно выбирает вазу для испытуемого из множества, содержащего 700 ваз 1-го типа и 300 ваз 2-го типа. Пусть в вазе 1-го типа содержится 6 красных шаров и 4 черных. В вазе 2-го типа содержится 3 красных и 7 черных шаров. Если перед испытуемым находится ваза 1-го типа и он угадает это, то получит выигрыш 350 денежных единиц (д. е.), если не угадает, его проигрыш составит 50 д. е. Если перед ним ваза 2-го типа и он это угадает, то получит вышгрыш 500 д. е., если не угадает, его проигрыш составит 100 д. е. Испытуемый может предпринять одно из следующих действий:

d_1 – сказать, что ваза 1-го типа;

d_2 – сказать, что ваза 2-го типа.

Условия задачи можно представить в табл. 4.1.

Таблица 4.1

Представление задачи с вазами

Типы вазы	Вероятность выбора вазы данного типа	Выигрыш при действии	
		d_1	d_2
1	0,7	350	-100
2	0,3	-50	500

Что же делать человеку? Теория полезности отвечает: оценить среднюю (ожидаемую) полезность каждого из действий и выбрать действие с максимальной ожидаемой полезностью. В соответствии с этой рекомендацией мы можем определить среднее значение выигрыша для каждого из действий:

$U(d_1)= 0,7\cdot350 - 0,3\cdot50=230$ д.е;

$U(d_2)= 0,3\cdot 500 - 0,7\cdot100=80$ д.е.

Следовательно, разумный человек выберет действие d_1), а не действие d_2.

Из этого примера следует общий рецепт действий для рационального человека: определить исходы, помножить их на соответствующие вероятности, получить ожидаемую полезность и выбрать действие с наибольшей полезностью.

Задачи с вазами помогут нам познакомиться с построением деревьев решений и принятием решений с их помощью.

Приведенная выше табл. 4.1 может быть представлена в виде дерева решений (рис. 4.1). На этом дереве квадратик означает место, где решение принимает человек, а светлый кружок – место, где все решает случай. На ветвях дерева написаны уже знакомые нам значения вероятностей, а справа у конечных ветвей – значения исходов (результаты).

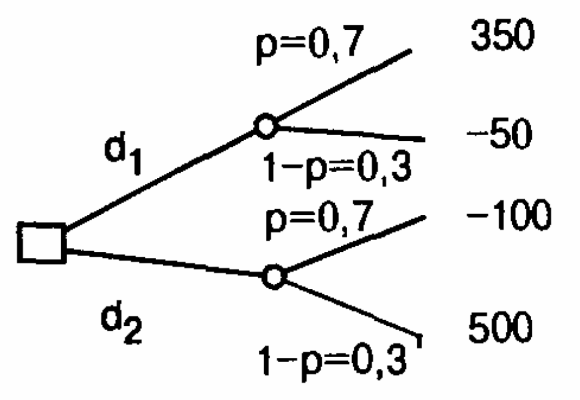

Рис 4.1 – Схема выбора оптимальной альтернативы

Для чего нужно дерево решений? Мы можем использовать его для представления своих возможных действий и для нахождения последовательности правильных решений, ведущих к максимальной ожидаемой полезности.

2. Чтобы показать это, усложним задачу. Предоставим человеку, выбирающему между действиями d_1 и d_2, дополнительные возможности. Пусть он может до своего ответа вытащить за определенную плату один шар из вазы, причем после вытаскивания шар кладется обратно в вазу. Плата за вытаскивание одного шара 60 д. е. Дерево решений с двумя его основными ветвями представлено на рис. 4.2. Вот теперь вопрос о том, какое решение следует принимать, стал сложнее: необходимо решить, стоит ли вынимать шар и какой ответ дать после вытаскивания красного или черного шара.

При принятии этих решений нам окажет существенную помощь известный в теории вероятностей (и в теории статистических решений) способ подсчета изменения вероятностей событий после получения дополнительной информации.

Вернемся к описанию задачи. Вероятность вытащить красный шар из вазы 1-го типа $p_к(B_1)=0{,}6$, а из вазы 2-го типа $p_к(B_2)=0{,}3$. Зная все условные вероятности (зависящие от условия), а также вероятности p_1 и p_2 выбора ваз 1-го и 2-го типа (табл. 2), мы можем поставить следующие вопросы.

Первый вопрос: каковы вероятности вытащить красный и черный шары? Для ответа на этот вопрос произведем простые вычисления. Вероятность вытащить красный шар $p_к(B_1)=0{,}7\cdot 0{,}6=0{,}42$, если ваза окажется 1-го типа, $p_к(B_2)=0{,}3\cdot 0{,}3=0{,}09$, если ваза окажется 2-го типа. Следовательно, вероятность вытащить красный шар в общем случае $p_к=0{,}51$. Аналогичным образом можно посчитать, что вероятность вытащить черный шар $p_ч=0{,}49$.

Второй вопрос более сложный. Пусть вытащенный шар оказался красным (черным). Какое действие следует выбрать: d_1 или d_2? Для ответа на этот вопрос нужно знать вероятности принадлежности ваз к 1-му и 2-му типам после получения дополнительной информации. Эти вероятности позволяет определить знаменитая формула Байеса.

Например, мы вытащили красный шар. Какова после этого вероятность того, что перед нами стоит ваза 1-го типа?

Приведем все обозначения вероятностей:

$p_к(B_1)$ – вероятность вытащить красный шар из вазы 1-го типа;

$p_ч(B_1)$ –вероятность вытащить черный шар из вазы 1-го типа;

$p_к(B_1)$ – вероятность вытащить красный шар из вазы 2-го типа;

$p_ч(B_2)$ – вероятность вытащить черный шар из вазы 2-го типа;

$p(B_1)$ – вероятность того, что ваза 1-го типа;

$p(B_2)$ – вероятность того, что ваза 2-го типа;

$p(B_{1к})$ – вероятность того, что ваза окажется 1-го типа после вытаскивания красного шара; '

$p(B_{1ч})$ – вероятность того, что ваза окажется 1-го типа после вытаскивания черного шара;

$p(B_{2к})$ – вероятность того, что ваза окажется 2-го типа после вытаскивания красного шара;

$p(B_{2ч})$ – вероятность того, что ваза окажется 2-го типа после вытаскивания черного шара.

Формула Байеса позволяет оценить $p(B_{iк})$ и $p(B_{iч})$), где $i=1,2$, используя все прочие вероятности. Например:

$$p(B_{1к}) = \frac{p_к(B_1)p(B_1)}{p_к(B_1)p(B_1) + p_к(B_2)p(B_2)}$$

Для нашей задачи: $p(B_{1к})$ =0,82; $p(B_{1ч})$ =0,57; $p(B_{1ч})$ =0,18; $p(B_{2ч})$=0,43.

Теперь мы имеем всю информацию, необходимую для принятия решений.

На рис. 5.2 показаны две основные ветви дерева решений, причем верхняя просто повторяет дерево решений на рис. 5.1.

Квадратик 1 слева соответствует первому решению – вытаскивать шар или нет. Случаю отказа от вытаскивания шара соответствует верхняя основная ветвь. Решению вытаскивать шар соответствует нижняя ветвь, начинающаяся со случайного события (кружок). В квадратиках 2, 3, 4 принимаются решения о выборе одной из двух стратегий: d_1 или d_2. Далее все решает случай (кружки).

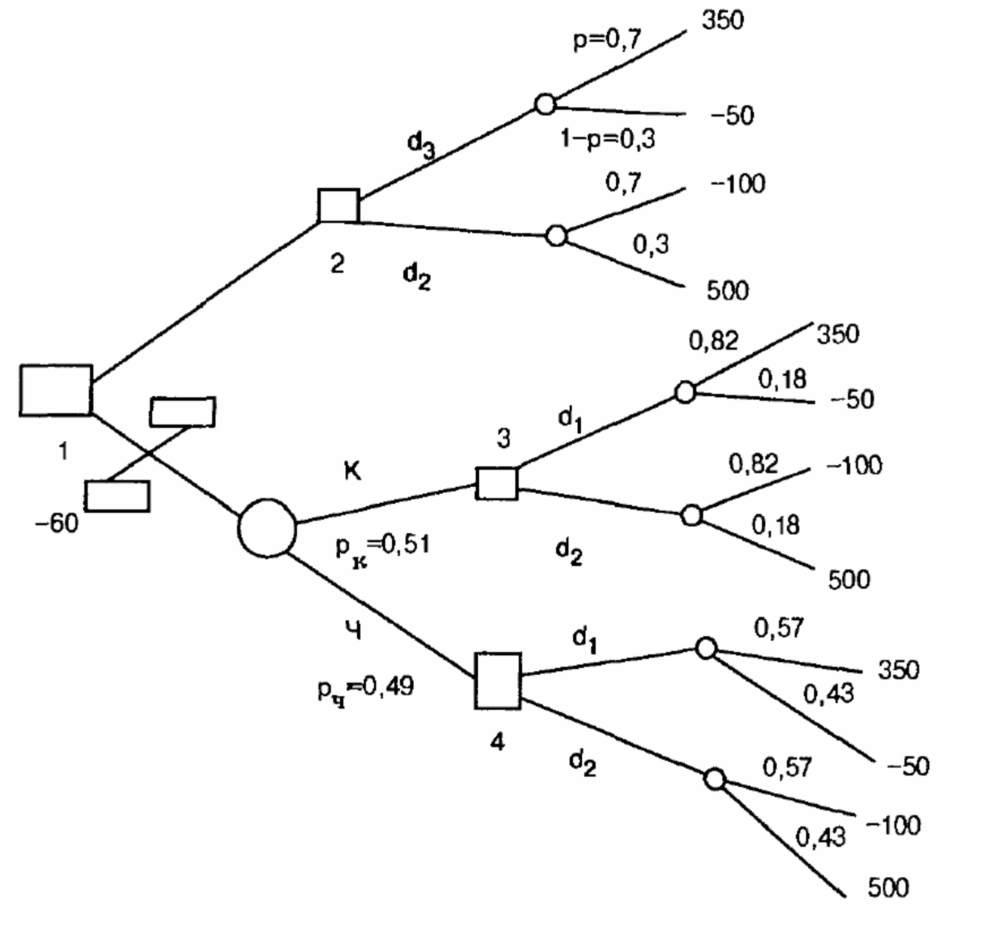

Рис 4.2 – Дерево решений

Есть три простых правила выбора оптимальной (по критерию максимума ожидаемой полезности) последовательности решений на основе дерева решений:

1) идти от конечных ветвей дерева к его корню;

2) там, где есть случайность (кружок), находится среднее значение;

3) там, где есть этап принятия решений (квадратик), выбирается ветвь с наибольшей ожидаемой полезностью, а другая отсекается двумя черточками.

Применим эти правила к дереву решений, представленному на рис. 2. В результате получим дерево решений, показанное на рис. 4.3.

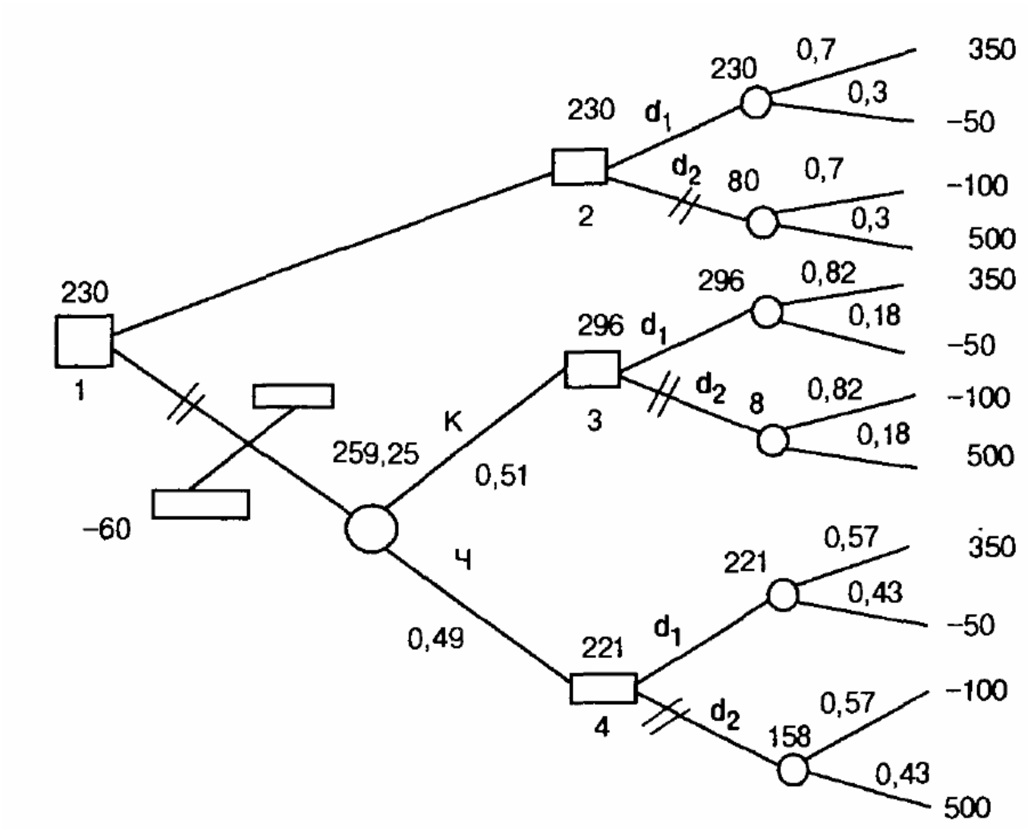

Рис 4.3 – «Сворачивание» дерева решений

На этом рисунке над кружками указаны средние значения полезности, двумя черточками отсечены ветви с меньшим значением ожидаемой полезности. Наилучший вариант действий: шар не вытаскивать и выбирать действие d_1. Этот вариант соответствует самому верхнему пути дерева решений на рис. 4.3. Такая процедура нахождения оптимального пути на деревьях решений получила название «сворачивания» дерева решений.

Деревья решений при заданных числовых значениях вероятностей и исходов позволяют осуществить выбор той стратегии (последовательности действий), при которой достигается наибольший выигрыш, т. е. достигается максимум функции полезности ЛПР.

Практическая работа 5. Методы принятия решения в условиях конфликта и неопределенности.

Цель – формирование навыка решения задач в условиях конфликта и неопределенности

Задачи:

1. Получить навык решения задач принятия решений в условиях конфликта: решение игры
2. Получить навык решения задач в условиях неопределенности

Задание 1

Решить игру (найти оптимальные стратегии) с помощью метода линейного программирования. Вариант платежной матрицы игры согласовать с преподавателем.

Задача: В регионе две конкурирующие фирмы по производству обуви: фирма А и фирма В. Фирма А может производить в будущем году 4 новых модели обуви: A_1, A_2, A_3 и A_4. Конкурент В также может производить 4 новые модели: B_1, B_2, B_3, B_4.Так как обувь аналогичная, то спрос и соответственно прибыль каждой фирмы от производства каждой модели зависит от того, что производит конкурент. Оценки прибыли фирмы А (которые, ввиду конкуренции, пропорциональны убыткам фирмы В) приведены в таблице (тыс. руб.). Вариант платежной матрицы игры согласовать с преподавателем.
Как рациональнее всего поступить каждой фирме, чтоб получить наибольшую прибыль? Решить данную задачу методами теории игр с использованием ЭВМ.

Вар.1

A / B	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	20	40	50	75
A_2	60	35	30	40
A_3	30	70	80	10
A_4	60	30	20	40

Вар.2

A / B	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	44	40	67	75
A_2	13	75	30	40
A_3	34	113	112	56
A_4	65	30	20	40

Вар.3

A / B	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	512	634	587	235
A_2	436	725	356	542
A_3	334	331	213	586
A4	445	678	267	456

Вар.4

A / B	B1	B2	B3	B4
A1	115	86	187	111
A2	87	64	35	248
A3	224	110	98	101
A4	95	105	118	180

Вар.5

A / B	B1	B2	B3	B4
A1	1204	2015	4084	3012
A2	5010	2225	3340	2540
A3	4512	4816	3450	5124
A4	3456	5145	4324	2228

Задание 2

Решите с помощью ЭВМ

Директор финансовой компании проводит рискованную операцию. Страховая компания предлагает застраховать сделку и предлагает 4 вида страховки: A1, A2, A3, A4. компенсация ущерба для каждого варианта зависит от того, какой из возможных страховых случаев произошел. Выделяют 5 видов страховых случаев S1, S2, S3, S4, S5. Компенсации (тыс. у.е.) для каждого вида страховки при каждом страховом случае составляют матрицу выигрышей вида (таблица 5.1):

Таблица 5.1

Представление задачи с вазами

$A_i \backslash S_j$	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
A_1	43	22	42	49	45
A_2	41	37	40	38	42
A_3	39	48	37	42	36
A_4	37	29	32	58	41

Выбрать наилучшую альтернативу, используя критерии Лапласа, Вальда, максимального оптимизма, Сэвиджа и Гурвица при коэффициенте доверия a=0,4.

Методические указания к заданию 1

Рассмотрим следующую модель. ЛПР *A* желает принять решение, на результат которого влияет другое ЛПР *B*, цели которого противоположны *A*. ЛПР *B* анализирует все возможные варианты *A* и принимает такое решение, которое приводит к наименьшему выигрышу *A* (соответственно максимальному своему выигрышу).

Примерами таких ситуаций служат отношения между продавцом и покупателем, адвокатом и прокурором, кредитором и дебитором, истцом и ответчиком и т.д. Подобные ситуации называются *конфликтными*. Математические методы анализа конфликтных ситуаций объединяются под названием *теории игр*, сама конфликтная ситуация носит название *игры*, а стороны, участвующие в конфликте, называются *игроками*. Исход игры называется *выигрышем* (или *проигрышем*) игроков. Если выигрыш одного игрока равен проигрышу другого, то игра называется *антагонистической*. Пусть игрок *A* может выбрать в качестве действий одну из ***n*** альтернатив: $A_1, A_2, \ldots, A_n$. Эти альтернативы в теории игр принято называть *стратегиями*. Аналогично, игрок *B* может принять одну из *m* стратегий $B_1, B_2, \ldots, B_m$. Предположим, что известны выигрыши (проигрыши) игрока *A* при любой выбранной им стратегии A_i и любом ответе ему игроком *B* – стратегии B_j. Пусть этот результат выражен числом a_{ij} (которое может быть и отрицательным в случае проигрыша *A*). Величины a_{ij} образуют матрицу (табл.5.2):

Таблица 5.2

Платежная матрица

$B_j \setminus A_i$	B_1	B_2	…	B_m
A_1	a_{11}	a_{12}	…	a_{1m}
A_2	a_{21}	a_{22}	…	a_{2m}
…	…	…	…	…
A_n	a_{n1}	a_{n2}	…	a_{nm}

Эта матрица называется *платежной* или *матрицей игры*.

Решением конфликтной ситуации является выбор оптимальных стратегий каждого игрока. В большинстве случаев решением являются смешанные стратегии, которые предполагают, что каждый игрок будет выбирать случайно из возможно допустимых чистых стратегий (но выбирать их с вероятностями), либо частично реализовывать чистые стратегии в заданных пропорциях.

Нахождение этих вероятностей (или пропорций) и является решением игры. Таким образом, в общем виде, решением игры являются смешанные стратегии

$$\begin{pmatrix} A_1 & A_2 & \dots & A_n \\ p_1 & p_2 & \dots & p_n \end{pmatrix} \text{и} \begin{pmatrix} B_1 & B_2 & \dots & B_m \\ q_1 & q_2 & \dots & q_m \end{pmatrix},$$

где p_i и q_j - вероятности чистых стратегий A_i и B_j в смешанной.

Пусть платежная матрица имеет вид:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nm} \end{pmatrix}$$

Тогда для нахождения вероятностей p_i и q_j смешанных стратегий

$$\begin{pmatrix} A_1 & A_2 & \dots & A_n \\ p_1 & p_2 & \dots & p_n \end{pmatrix} \text{ и } \begin{pmatrix} B_1 & B_2 & \dots & B_m \\ q_1 & q_2 & \dots & q_m \end{pmatrix},$$

необходимо решать прямую и двойственную задачи линейного программирования вида:

$$x_1+x_2+\ldots+x_n \to \min; \qquad y_1+y_2+\ldots+y_m \to \max;$$

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{21}x_2 + \cdots + a_{n1}x_n \geq 1 \\ a_{12}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{n2}x_n \geq 1 \\ \cdots \\ a_{1m}x_1 + a_{2m}x_2 + \cdots + a_{nm}x_n \geq 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} a_{11}y_1 + a_{21}y_2 + \cdots + a_{n1}y_n \geq 1 \\ a_{12}y_1 + a_{22}y_2 + \cdots + a_{n2}y_n \geq 1 \\ \cdots \\ a_{1m}y_1 + a_{2m}y_2 + \cdots + a_{nm}y_n \geq 1 \end{cases}$$

$$x_i \rangle 0; \quad i = 1,2,\cdots,n \qquad\qquad y_j \rangle 0; \quad j = 1,2,\cdots,n$$

Из решения задач линейного программирования находятся средние выигрыши (проигрыши) игроков, которые называются ценой игры:

$$v = \frac{1}{x_1 + x_2 + \cdots + x_n} = \frac{1}{y_1 + y_2 + \cdots + y_m}$$, и вероятности

состояний $pi = x_i v$, $q_j = y_j v$.

Решения задач линейного программирования лучше всего осуществлять на ЭВМ с помощью надстройки «Поиск решения» пакета прикладных программ MS EXCEL, которая входит в MS OFFICE. Как это делать, покажем на примере.

Пример 1. В регионе две конкурирующие фирмы по производству обуви: фирма А и фирма В. Фирма А может производить в будущем году 4 новых модели обуви: A_1, A_2, A_3 и A_4. Конкурент В также может производить 4 новые модели: B_1, B_2, B_3, B_4.

Так как обувь аналогичная, то спрос и соответственно прибыль каждой фирмы от производства каждой модели зависит от того, что производит конкурент. Оценки прибыли фирмы А (которые, ввиду конкуренции, пропорциональны убыткам фирмы В) приведены в таблице (тыс. руб.):

Таблица 5.3

Платежная матрица

$A_i \backslash B_j$	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	70	30	20	50
A_2	60	50	40	80
A_3	20	60	80	60
A_4	50	70	30	50

Как рациональнее всего поступить каждой фирме, чтоб получить наибольшую прибыль? Решить данную задачу методами теории игр с использованием ЭВМ.

Решение. Построим задачу линейного программирования. Рассмотрим задачу со стороны фирмы А. Введем параметры, пропорциональные вероятностям чистых стратегий, которые равны

x_1, x_2, x_3, x_4. Тогда нужно составить задачу линейного программирования (ЗЛП), то есть необходимо найти минимум функции при ограничениях:

$$x_1+x_2+x_3+x_4 \to \min;$$

$$\begin{cases} 70x_1+60x_2+20x_3+50x_4 \ge 1 \\ 30x_1+50x_2+60x_3+70x_4 \ge 1 \\ 20x_1+40x_2+80x_3+30x_4 \ge 1 \\ 50x_1+80x_2+60x_3+50x_4 \ge 1 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0; \quad x_2 \ge 0; \quad x_3 \ge 0; \quad x_4 \ge 0;$$

Для решения полученной задачи линейного программирования необходимо подготовить предварительно в электронной таблице данные. Запускаем программу MS EXCEL. Вводим в ячейки открывшейся электронной таблицы в ячейку A_1 (левая верхняя) надпись «Переменные» (здесь и далее кавычки вводить не надо), а в следующие ячейки, произвольные значения переменных x_1, x_2, x_3, x_4. Это вначале могут быть произвольные числа, например единицы. Вводим в ячейки B_1-E_1 в каждую цифры 1.

Далее, в ячейку A_2 вводим подпись «Целевая» (целевая функция одинаковая для всех задач, зависит только от числа альтернатив для игрока А). Вводим в соседнюю ячейку B_2 значение целевой функции (переключившись в английский режим набора текста): «=B_1+C_1+D_1+E_1», что означает формулу $x_1+x_2+x_3+x_4$, так, как значение x_1 хранится в ячейке B_1, значение x_2 хранится в ячейке C_1 и т.д. В третьей строке вводятся левые части системы ограничений. Для этого переводим курсор в ячейку A_3 и вводим в ней текст «Ограничения». Переключившись в английский режим клавиатуры, вводим в ячейку B_3 формулу **«=70*B_1+60*C_1+20*D_1+50*E_1»**, которая соответствует левой части первого ограничения системы $70x_1+60x_2+20x_3+50x_4 \ge 1$(здесь переменная x_1 –данные в ячейке B_1, переменная x_2 – данные в C_1 и т.д.). Три остальных ограничения вводим в ячейки C_3-B_3, а именно, в ячейку C_3: **«=30*B_1+50*C_1+60*D_1+70*E_1»**, в D_3: **«=20*B_1+40*C_1+80*D_1+30*E_1»**, в ячейку E_3: **«=50*B_1+80*C_1+60*D_1+50*E_1»**. После этого вызываем специальную надстройку, которая позволяет решать подобные задачи.

Вызываем надстройку ПОИСК РЕШЕНИЯ. Если Вы работаете в «EXCEL 2003» или ранней версии, то заходим в меню СЕРВИС, выбираем НАДСТРОЙКИ и проверяем наличие флажка напротив «Поиск решения», «ОК», заходим вновь в меню СЕРВИС, выбираем ПОИСК РЕШЕНИЯ. Если Вы работаете в «EXCEL 2007» или более поздней версии, то нажимаем левой кнопкой мыши по круглой кнопке “Office” в верхнем левом углу экрана, внизу выбираем «Параметры EXCEL», слева выбираем НАДСТРОЙКИ, нажимаем кнопку «Перейти» внизу окна и в открывшемся окне проверяем наличие флажка напротив «Поиск решения», «ОК». В меню ДАННЫЕ выбираем ПОИСК РЕШЕНИЯ, открывается окно надстройки. В поле «Установить целевую ячейку» даем ссылку на B_2 (ставим в поле курсор и щелкаем мышью по B_2). Ниже, в области «Равной», поставить переключатель на минимальное значение. Ставим курсор в поле «Изменяя ячейки», и даем ссылки на переменные, обводя мышью ячейки B_1-E_1. Далее, переводим курсор в поле «Ограничения», и вводим ограничения. Для этого, нажимаем на кнопку «Добавить» слева от поля и в появившемся окне в поле «Ссылка на ячейку» даем ссылку на ячейку, содержащую левую часть первого ограничения $70x_1 + 60x_2 + 20x_3 + 50x_4 \geq 1$, которая хранится в ячейке B_3 (то есть переводим курсор в поле «Ссылка на ячейку» и щелкаем мышью по ячейке B_3). В центральном поле выбираем знак неравенства – ограничения : «≥», в поле «Ограничение» вводим единицу. Нажимаем «ОК». Вводим второе ограничение, нажимая «Добавить», вводим в поля: ссылку на «C_3», «≥», «1», нажимаем «ОК», далее «Добавить», ссылку на «D_3», «≥», «1», «ОК», «Добавить», ссылку на «E3», «≥», «1», «ОК». Для ввода дополнительных ограничений $x_1 \geq 0; \quad x_2 \geq 0; \quad x_3 \geq 0; \quad x_4 \geq 0$ нажимаем «Добавить», в поле «Ссылка на ячейку» ставим курсор и обводим ячейки B_1-E_1, выводим в центральное поле «≥», ограничение «0», нажимаем «ОК». Далее запускаем программу, нажимая «Выполнить». Результат: $x_1 = 0, \quad x_2 = 0{,}015, \quad x_3 = 0{,}05, \quad x_4 = 0$, что видно из ячеек B1-E1. Вводим в A5 подпись «Цена игры», а в соседнюю B_5 формулу (переключаясь на английский язык) «=1/(B_1+C_1+D_1+E_1)». Результат: 50. Это ожидаемая прибыль для фирмы А. Находим вероятности чистых стратегий в смешанной стратегии *p*. Для этого вводим в A_6 подпись «P_1=», а в соседнюю B_6 формулу «=B_5*B_1», вводим в A_7: «P_2=», а в B_7 формулу «=B_5*C_1», в A_8: «P_3=», а в B_8: «=B_5*D_1», в A_9: «P_4=», в B_9: «=B_5*E_1». Данные показатели (0; 0,75; 0,25; 0) и есть решение задачи. То есть фирме А модели A_1 и A_4 выпускать не надо совсем, модель A_2 должна составлять 75 % всего ассортимента, а A_3 - 25 %.

Рассмотрим теперь решение относительно фирмы В.

Для него вводим переменные, пропорциональные вероятностям чистых стратегий y_1, y_2, y_3, y_4 ЗЛП для игрока В имеет вид

$y_1+y_2+y_3+y_4 \to \max;$

$$\begin{cases} 70y_1+30y_2+20y_3+50y_4 \ge 1 \\ 60y_1+50y_2+40y_3+80y_4 \ge 1 \\ 20y_1+60y_2+80y_3+60y_4 \ge 1 \\ 50y_1+70y_2+30y_3+50y_4 \ge 1 \end{cases}$$

$$y_1 \ge 0; \quad y_2 \ge 0; \quad y_3 \ge 0; \quad y_4 \ge 0;$$

Переходим на «Лист 2» электронной таблицы, щелкнув на соответствующей закладке внизу таблицы. Вводим в ячейки открывшейся чистой электронной таблицы в ячейку A_1 надпись «Переменные», а в следующие ячейки, произвольные значения переменных, например, вводим в ячейки B_1-E_1 в каждую числа 1. В ячейку A_2 вводим подпись «Целевая». Вводим в ячейку B_2 значение целевой функции (переключившись в английский режим набора текста): «$=B_1+C_1+D_1+E_1$», что означает формулу $y_1+y_2+y_3+y_4$. В третьей строке вводятся левые части системы ограничений. Для этого переводим курсор в ячейку A_3 и вводим в ней текст «Ограничения». Переключившись в английский режим клавиатуры, вводим в ячейку B3 формулу «$=70*B_1+30*C_1+20*D_1+50*E_1$», которая соответствует левой части первого ограничения системы $70y_1+30y_2+20y_3+50y_4 \ge 1$. Вводим в ячейку C_3: «$=60*B_1+50*C_1+40*D_1+80*E_1$», в D_3: «$=20*B_1+60*C_1+80*D_1+60*E_1$», в ячейку E_3:$=50*B_1+70*C_1+30*D_1+50*E_1$». После этого вызываем надстройку в меню «сервис» и подменю «Поиск решений», открывается окно надстройки. В поле «Установить целевую ячейку» даем ссылку на B2. Ниже, в области «Равной», поставить переключатель на максимальное значение. Ставим курсор в поле «Изменяя ячейки», и даем ссылки на переменные, обводя мышью ячейки B_1-E_1. Далее, переводим курсор в поле «Ограничения», и вводим ограничения. Для этого, нажимаем на кнопку «Добавить» и далее в поле «Ссылка на ячейку» даем ссылку на ячейку B3, в центральном поле выбираем знак неравенства – ограничения : «≤», в поле «Ограничение» вводим единицу. Нажимаем «ОК». Вводим второе ограничение, нажимая «Добавить», вводим в поля: «C_3», «≤», «1», нажимаем «ОК», далее «Добавить», ссылку на «D_3», «≤»,«1», «ОК», «Добавить», ссылку на «E_3», «≤», «1», «ОК». Для ввода дополнительных ограничений $y_1 \ge 0; \quad y_2 \ge 0; \quad y_3 \ge 0; \quad y_4 \ge 0$ нажимаем «Добавить», в поле «Ссылка на ячейку» ставим курсор и обводим ячейки B1-E1, выводим в центральное поле «≥», ограничение «0», нажимаем «ОК». Далее запускаем программу, нажимая «Выполнить». Результат решения ЗЛП в ячейках B_1-E_1. Вводим в A_5 подпись «Цена игры», а в соседнюю B_5 формулу (переключаясь на английский язык) «=1/(B_1+C_1+D_1+E_1)». Находим вероятности чистых стратегий q в смешанной стратегии игрока В. Для этого вводим в A_6 подпись «q_1=», а в соседнюю B6 формулу «=B_5*B_1», вводим в A_7: «q_2=», а в B_7 формулу «=B_5*C_1», в A_8: «q_3=», а в B_8: «=B_5*D_1», в A_9: «q_4=», в B_9:«=B_5*E_1». Данные показатели и есть решение задачи для фирмы В. Из решения видно, что лучше всего 50% выпускать B_1 и 50% B_3 , модели B_2 и B_4 выпускать не следует.

Методические указания к заданию 2

В рассмотренных ранее задачах принятия решения в условиях риска известны оценки вероятностей, с которыми можно ожидать тот или иной исход при их случайном выборе. Однако, во многих практических задачах очень часто совершенно неизвестно, с какой вероятностью можно ожидать возможные сценарий развития ситуации. Математическую модель принятия решений при таких условиях назовем методом принятия решений в условиях неопределенности.

Выбор наилучшего решения в условиях неопределенности существенно зависит от того, какова степень этой неопределенности, т.е. от того, какой информацией располагает ЛПР.

Поскольку предположения являются субъективными, постольку должны различаться степени неопределенности со стороны лица, принимающего решение. Например, два человека могут рассматривать одно и то же событие, но каждый будет делать собственные предположения с большей или меньшей вероятностью, чем другой. Процедура принятия решения может зависеть от степени неопределенности, понимаемой лицом, принимающим решение.

Практикуются два основных подхода к принятию решения в условиях неопределенности.

Лицо, принимающее решение, может использовать имеющуюся у него информацию и свои собственные личные суждения, а также опыт для идентификации и определения субъективных вероятностей возможных внешних условий, а также оценки вытекающих в результате отдач для каждой имеющейся стратегии в каждом внешнем условии. Это, в сущности, делает условия неопределенности аналогичными условиям риска, а процедура принятия решения, обсуждавшаяся ранее для условий риска, выполняется и в этом случае.

Если степень неопределенности слишком высока, то лицо; принимающее решение, предпочитает не делать допущений относительно вероятностей различных внешних условий, т.е. это лицо может или не учитывать вероятности, или рассматривать их как равные, что практически одно и то же. Если применяется данный подход, то для оценки предполагаемых стратегий имеются четыре критерия решения:

а) критерия решения Вальда, называемый также максимином;

б) альфа-критерий решения Гурвица;

в) критерий решений Сэйвиджа, называемый также критерием отказа от минимакса;

г) критерий решений Лапласа, называемый также критерием решения Бэйеса.

Пожалуй, наиболее трудная задача для лица, принимающего решение, заключается в выборе конкретного критерия, наиболее подходящего для решения предложенной задачи. Выбор критерия должен быть логичным при данных обстоятельствах. Кроме того, при выборе критерия должны учитываться философия, темперамент и взгляды нынешнего руководства фирмы (оптимистические или пессимистические; консервативные или прогрессивные).

Критерий решения Вальда, или максимин, — это критерий консерватизма и попытка максимизировать уровень надежности. Он представляет внешние условия как капризные, и недоброжелательные и делает предположение, что закон Мэрфи («если плохое событие может произойти, то оно обязательно произойдет») полностью подтверждается. Следовательно, по этому критерию необходимо определить наихудший из возможных результатов каждой стратегии; а затем выбрать стратегию, обещающую наилучший из наихудших результатов.

Максиминный **критерий Вальда**. В соответствии с этим критерием, если требуется гарантия, чтобы выигрыш в любых условиях оказывался не меньше, чем наибольший из возможных в худших условиях (то есть линия поведения по принципу "рассчитывай на худшее"), то оптимальным решением будет то, для которого выигрыш окажется максимальным из всех минимальных при различных вариантах условий.

Критерием Вальда «рассчитывай на худшее» (критерий крайнего пессимизма) называют критерий, предписывающий обеспечить значение параметра эффекта равного α

$\propto = \max_i \min_j a_{i,j}$

Этот критерий ориентирует лицо, принимающее решение, на наихудшие условия и рекомендует выбрать ту стратегию, для которой выигрыш максимален. В других, более благоприятных условиях использование этого критерия приводит к потере эффективности системы или операции.

Критерий решения Сэйвиджа

Критерий решения Сэйвиджа, иногда называемый критерием потери от мини-макса, исследует убытки, которые представляют собой понесенные потери в результате принятия неправильного решения. Потеря измеряется как абсолютная разность между отдачей для данной стратегии и отдачей для наиболее эффективной стратегии в пределах одного и того же состояния экономики.

Суть измерения потерь совершенно проста. Если любое конкретное состояние экономики возникает в будущем и если мы выбрали стратегию, которая обеспечивает максимальную отдачу для этого состояния, то мы не считаем потери. Но если мы выбрали любую другую стратегию, то потеря представляет собой разность между тем, что происходит фактически, и тем, что мы получили бы, приняв более оптимальное решение.

Минимаксный критерий Сэвиджа. В соответствии с этим критерием, если требуется в любых условиях избежать большого риска, то оптимальным будет то решение, для которого риск, максимальный при различных вариантах условий, окажется минимальным.

Критерий минимаксного риска Сэвиджа. При его использовании обеспечивается наименьшее значение максимальной величины риска:

$$\min_j \max_i r_{ij}$$

где риск r_{ij} определяется выражением: $r_{i,j} = \beta_{i,j} - \alpha_{i,j}$

β_j - максимально возможный выигрыш.

Критерий Сэвиджа, как и критерий Вальда, - это критерий крайнего пессимизма, но только пессимизм здесь проявляется в том, что минимизируется максимальная потеря в выигрыше, по сравнению с тем, чего можно было бы достичь в данных условиях.

Критерий пессимизма-оптимизма Гурвица. Альфа-критерий решения

Гурвица предполагает определение индекса решения - *d*, для каждой стратегии, который представляет собой средневзвешенное его экстремальных отдач. Взвешивающими факторами служат коэффициент оптимизма, *а*, который применим к максимальной отдаче, *М*, и его дополнение, 1-*α*, которое применимо к минимальной отдаче - *m*. Стоимость каждой стратегии, таким образом, равна:

$$d = \alpha M + (1 - \alpha) m$$

Стратегия с самой высокой стоимостью для *di* выбирается в, качестве оптимальной.

Коэффициент оптимизма располагается в диапазоне от 0 до 1, что обеспечивает возможность лицу, принимающему решение, выражать свое субъективное отношение к риску с той или иной степенью оптимизма. Если лицо, принимающее решение, совершенно пессимистично, то оно может решить, что $\alpha = 0$. Результат будет тот же, что и при использовании критерия макси-мина. Если лицо, принимающее решение, неисправимый оптимист, то оно может решить, что $\alpha = 1$. Результат будет Таким же, что и при критерии макси-макса.

В соответствии с этим критерием, если требуется остановиться между линией поведения "рассчитывай на худшее" и линией поведения "рассчитывай на лучшее", то оптимальным решением будет то, для которого окажется максимальным показатель *G*.

Этот критерий рекомендует при выборе решения в условиях неопределенности не руководствоваться ни крайним пессимизмом (всегда «рассчитывай на худшее»), ни оптимизмом («все будет наилучшим образом»). Рекомендуется некое среднее решение. Этот критерий имеет вид:

$$H = \max_i \left\{ h \max_j a_{ij} + (1-h) \min_j a_{ij} \right\}$$

где h - некий коэффициент, выбираемый экспериментально из интервала между 0 и 1.

Использование этого коэффициента вносит дополнительный субъективизм в принятие решений с использованием критерия Гурвица.

Критерий Лапласа или Байесов критерий, который гласит, что если вероятность состояния среды неизвестна, то они должны приниматься как равные. В этом случае выбирается стратегия, характеризующаяся самой предполагаемой стоимостью при условии равных вероятностей. Критерий Лапласа позволяет условие неопределенности сводить к условиям риска.

Критерий Лапласа называют критерием рациональности, и он подходит для стратегических долгосрочных решений, как и все вышеназванные критерии.

Критерий Лапласа -это критерий рациональности, полностью нечувствительный к отношению лица, принимающего решение. Он чрезвычайно чувствителен, однако, к определению лицом, принимающим решение, состояния экономики и природы. Например, предположим, что состояния природы — жаркая, теплая и холодная погода. При отсутствии какого-либо прогноза погоды Бэйесова вероятность холодной погоды должна составлять одну треть. Но предположим теперь, что состояния природы –теплая и холодная погода. В этом случае вероятность холодной погоды сменилась на одну вторую. В действительности, конечно, равная вероятность всех состояний природы невозможна, особенно в краткосрочные периоды.

Таким образом, критерий Лапласа больше подходит для долгосрочного прогнозирования, осуществляемого крупными фирмами.

Кроме вышеназванных четырех критериев для принятия решений в условиях неопределенности существуют неколичественные методы, такие как приобретение дополнительной информации, хеджирование, гибкое инвестирование и др. Основным правилом принятия решения в условиях неопределенности является стремление к возможно большей объективности.

В заключение следует сказать, что процесс принятия решения в условиях неопределенности - это процесс выбора критерия, а затем выполнения вычислений, необходимых для осуществления выбора в пределах этого критерия. Мы видим также, что четыре критерия решений, которые обсуждались ранее, будучи примененными к одной и той же матрице решения, могут привести к четырем различным стратегиям.

Какой критерий является самым подходящим? Универсального правильного ответа не существует. Каждый из критериев логичен при конкретных обстоятельствах, и каждый может быть подвергнут критике натом или ином основании. Выбор часто может зависеть от личных соображений. Какую же пользу приносит понятие платежной матрицы?

Пожалуй, самый удачный ответ заключается в том, что она представляет собой полезный инструмент для концептуализации и формализации процесса принятия решения. Здесь следует обратить внимание на то, что имеются и другие количественные методы решения проблемы неопределенности.

Неопределенность можно представить как некоторое состояние знаний, при котором одна или несколько альтернатив приводят к блоку возможных результатов, вероятности которых неизвестны. Обычно это, происходит потому, что не имеется надежных данных, на основании которых вероятности могли бы быть вычислены апостериори, а также потому, что не имеется каких-либо способов вывести вероятности априори. Это означает, что принятие решений в условиях неопределенности всегда субъективно.

Примеры расчетов по критериям

Пример 2. Директор торговой фирмы, продающей телевизоры марки «Zarya» решил открыть представительство в областном центре.

У него имеются альтернативы либо создавать собственный магазин в отдельном помещении, либо организовывать сотрудничество с местными торговыми центрами. Всего можно выделить 5 альтернатив решения: A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 Успех торговой фирмы зависит от того, как сложится ситуация на рынке предоставляемых услуг. Эксперты выделяют 4 возможных варианта развития ситуации S_1 S_2 S_3 S_4 .

Прибыль фирмы для каждой альтернативы при каждой ситуации представлена матрицей выигрышей a_{ij} (млн. р./год).

Таблица 5.4

Матрица выигрышей

B_j / A_i	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	8	12	14	5
A_2	9	10	11	10
A_3	2	4	9	22
A_4	12	14	10	1
A_5	15	6	7	14

Рассмотрим основные критерии, позволяющие выбирать оптимальную альтернативу для принятия решения.

1) Критерий Лапласа.

Он основан на предположении, что каждый вариант развития ситуации (состояния «природы») равновероятен. Поэтому, для принятия решения, необходимо рассчитать функцию полезности $F\ i$ для каждой альтернативы, равную среднеарифметическому показателей привлекательности по каждому «состоянию природы»:

$$F_i = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} a_{ij} \ .$$

Выбирается та альтернатива, для которой функция полезности максимальна. Для примера:

$$F_1 = \frac{1}{4}(8+12+14+5) = 9{,}75$$

$$F_2 = \frac{1}{4}(9+10+11+5) = 10$$

$$F_3 = \frac{1}{4}(2+4+9+22) = 9{,}25$$

$$F_4 = \frac{1}{4}(12+14+10+1) = 9{,}25$$

$$F_5 = \frac{1}{4}(15+6+7+14) = 10{,}5$$

Видно, что функция полезности максимальна для альтернативы А5, следовательно, ее рациональнее всего принять.

2) Критерий Вальда.

Данный критерий основывается на принципе максимального пессимизма, то есть на предположении, что скорее всего произойдет наиболее худший вариант развития ситуации и риск наихудшего варианта нужно свести к минимуму. Для применения критерия нужно для каждой альтернативы выбрать наихудший показатель привлекательности i a (наименьшее число в каждой строке матрицы выигрышей) и выбрать ту альтернативу, для которой этот показатель максимальный. Для нашего примера: a_1=5, a_2 =9, a_3=2, a_4=1, a_5 =6

Видно, что наилучшим из наихудших показателей обладает альтернатива A_2 , для нее a_2=9наибольшее.

3) Критерий максимального оптимизма.

Наиболее простой критерий, основывающийся на идее, что ЛПР, имея возможность в некоторой степени управлять ситуацией, рассчитывает, что произойдет такое развитие ситуации, которое для него является наиболее выгодным. В соответствии с критерием принимается альтернатива, соответствующая максимальному элементу матрицы выигрышей. Для приведенного примера эта величина a_{34} =22 , поэтому выбираем альтернативу A_3.

4) Критерий Сэвиджа.

Он основан на принципе минимизации потерь, связанных с тем, что ЛПР принял не оптимальное решение. Для решения задачи составляется матрица потерь, которая называется ***матрицей рисков*** r_{ij}, которая получается из матрицы выигрышей a_{ij} путем вычитания из максимального элемента каждого столбца $a_j^{\max} = \max\limits_i(a_{ij})$ всех остальных элементов. В рассматриваемом примере эта матрица есть:

Таблица 5.5

Матрица выигрышей

A_i \ B_j	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	7	2	0	17
A_2	6	4	3	12
A_3	13	10	5	0
A_4	3	0	4	21
A_5	0	8	7	8

Далее, для каждой альтернативы определяем величины b_i, равные максимальному риску (наибольшее число в каждой строке матрицы рисков) и выбирают ту альтернативу, для которой максимальный риск минимален. В нашем примере:; b_1=17, b_2=12; b_3=13; b_4=21; b_5=18 минимально b_2=12. Принимаем альтернативу A_2 .

5) Критерий Гурвица.

Это самый универсальный критерий, который позволяет управлять степенью «оптимизма - пессимизма» ЛПР. Введем некоторый коэффициент α, который назовем ***коэффициентом доверия*** или коэффициентом оптимизма. Этот коэффициент можно интерпретировать как вероятность, с которой произойдет наилучший для ЛПР исход. Исходя из этого, наихудший вариант можно ожидать с вероятностью (1- α). Коэффициент доверия α. показывает, насколько ЛПР может управлять ситуацией и в той или иной степени рассчитывает на благоприятный для него исход. Если вероятности благоприятной и неблагоприятной ситуации для ЛПР равны, то следует принять α =0,5.

Для реализации критерия определяются наилучшие a_i^+ и наихудшие a_i^- значение каждой альтернативе по формулам

$$a_i^+ = \max_j(a_{ij}), \quad a_i^- = \min_j(a_{ij}).$$

Далее, вычисляются функции полезности по формуле:

$$F_i = a_i^+ \cdot \alpha + a_i^- \cdot (1-\alpha).$$

Выбирается та альтернатива, для которой функция полезности максимальна.

Предположим, что для нашего примера ЛПР достаточно уверен в положительном результате и оценивает вероятность максимального успеха в α =0,7. Тогда:

$$F_1 = 14 \cdot 0{,}7 + 5 \cdot (1 - 0{,}7) = 11{,}3;$$

$$F_2 = 11 \cdot 0{,}7 + 9 \cdot 0{,}3 = 10{,}4;$$

$$F_3 = 22 \cdot 0{,}7 + 2 \cdot 0{,}3 = 16{,}0;$$

$$F_4 = 14 \cdot 0{,}7 + 1 \cdot 0{,}3) = 10{,}1;$$

$$F_5 = 15 \cdot 0{,}7 + 6 \cdot 0{,}3 = 12{,}3.$$

В соответствии с расчетами ЛПР следует выбрать альтернативу A_3.

Если же, например, ЛПР не очень уверен в положительном исходе и расценивает его вероятность порядка α =0,2, то функции полезности равны:

$$F_1 = 14 \cdot 0{,}2 + 5 \cdot (1 - 0{,}2) = 6{,}8;$$

$$F_2 = 11 \cdot 0{,}2 + 9 \cdot 0{,}8 = 9{,}4;$$

$$F_3 = 22 \cdot 0{,}2 + 2 \cdot 0{,}8 = 6{,}0;$$

$$F_4 = 14 \cdot 0{,}2 + 1 \cdot 0{,}8) = 3{,}6;$$

$$F_5 = 15 \cdot 0{,}2 + 6 \cdot 0{,}8 = 7{,}8.$$

Видно, что в этом случае следует принять $A2$, для которого функция полезности максимальна.

Следует отметить, что при α =0, критерий Гурвица переходит в пессимистический критерий Вальда, а при α =1 – в критерий максимального оптимизма.

В случае, если показатель привлекательности по критерию a_{ij} ***минимизируются*** (*чем меньше, тем лучше для ЛПР*, например затраты, риск и др.), то критерии принятия оптимального решения несколько меняются. Рассмотрим эти отличия.

Критерий ***Лапласа*** определяет оптимальное решение по минимальной функции полезности. Применяя критерий ***Вальда*** необходимо вычислять максимальный показатель каждой альтернативы (строки) a_i и принимать альтернативу, где этот показатель минимален.

Критерий ***максимального оптимизма*** позволяет определить оптимальное решение, соответствующее минимальному элементу матрицы выигрышей (которую в случае минимизации часто называют матрицей потерь). Матрица рисков в критерии ***Сэвиджа*** получается в результате вычитания из каждого элемента матрицы потерь a_{ij} минимального элемента каждого столбца

Для реализации критерия ***Гурвица*** вычисляются максимальные и минимальные показатели для каждой альтернативы

$$a_i^+ = \max_j(a_{ij}), \quad a_i^- = \min_j(a_{ij})$$

и функции полезности рассчитываются по формуле:

$$F_i = a_i^- \cdot \alpha + a_i^+ \cdot (1-\alpha)$$

Выбирается альтернатива с наименьшей функцией полезности. Рассмотрим пример.

Пример 3. Нефтяная компания собирается построить в районе крайнего севера нефтяную вышку. Имеется 4 проекта A, B, C и D.

Затраты на строительство (млн. руб.) зависят от того, какие погодные условия будут в период строительства. Возможны 5 вариантов погоды S_1- S_5. Выбрать оптимальный проект для строительства используя критерии Лапласа, Вальда, максимального оптимизма, Сэвиджа и Гурвица при a =0,6 . Матрица затрат имеет вид:

$A_i \setminus S_j$	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
A_1	7	12	8	10	5
A_2	9	10	7	8	9
A_3	6	8	15	9	7
A_4	9	10	8	11	7

Критерий Лапласа

$$F_1 = \frac{(7+12+8+10+5)}{5} = 8.4 \qquad F_3 = \frac{(6+8+15+9+7)}{5} = 9$$

$$F_2 = \frac{(9+10+7+80+10)}{5} = 8.6 \qquad F_4 = \frac{(9+10+8+11+7)}{5} = 9$$

Следует выбирать альтернативу А.

Критерий ***Вальда***: среди наихудших вариантов a_1=12, a_2=10, a_3=15, a_4 =11,

Наилучшим соответствует a_2=10, следовательно принимаем альтернативу A_2.

Критерий ***максимального оптимизма.*** Соответствует альтернатива для которой a_{15} минимальное.

Критерий ***Сэвиджа*** имеет матрицу рисков:

$A_i \backslash S_j$	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
A_1	1	4	1	2	0
A_2	3	2	0	0	4
A_3	0	0	8	1	2
A_4	3	2	1	3	2

Максимальные элементы для каждого критерия матрицы рисков равны: $\beta_1 = 4; \beta_2 = 4; \beta_3 = 8; \beta_4 = 3.$ Принимаем альтернативу соответствующую минимальному значению $\beta_4 = 3$, то есть A_4.

В соответствии с критерий Гурвица на уровне a=0,6, функции полезности равны:

$F_1 = 5 \cdot 0{,}6 + 12 \cdot 0{,}4 = 7{,}8$ $\quad F_2 = 7 \cdot 0{,}6 + 10 \cdot 0{,}4 = 8{,}2$

$F_3 = 6 \cdot 0{,}6 + 15 \cdot 0{,}4 = 9{,}6$ $\quad F_4 = 7 \cdot 0{,}6 + 11 \cdot 0{,}4 = 8{,}6$

Принимаем альтернативу $A2$ с наименьшей функцией полезности $F_1 = 7{,}8$

Практическая работа 6. Разработка таблиц компетентности экспертов

Цель – научиться формировать экспертную комиссию, применять методы агрегирования экспертных оценок, проводить оценку согласованности мнений.

Задание

1. Кратко опишите предметную область принятия решений, для которой необходимо сформировать экспертную комиссию. Предметная область должна быть связана с темой научных исследований магистранта.

2. Определите состав функциональных сфер в предметной области, подлежащих экспертизе (не менее трех).

3. Определите минимальный состав экспертов. Выберите экспертов из числа студентов вашей группы.

4. Определите набор критериев (не менее трех) и шкалы для оценки компетентности экспертов

5. Оцените (условно) уровень компетентности экспертов по критериям и рассчитайте суммарные оценки уровня компетентности эксперта по функциональном блокам

6. Составьте таблицу компетентности.

7. Рассчитайте веса важности экспертов при групповом экспертном оценивании и составьте таблицу весов компетентности экспертов.

8.Составьте вопрос для экспертной оценки по конкретной функциональной области. Узнайте (предложите самостоятельно) варианты ответов экспертов.

9. Рассчитайте групповую оценку

10 Оцените согласованность экспертов.

Методические указания

Практический пример формирования и организации работы экспертной комиссии в стратегическом управлении регионом

Формирование экспертной комиссии

Социально-экономическое и инновационное развитие региона характеризуется факторами различной направленности: производственные, инвестиционные, финансовые, социально-экономические, кадровые, инфраструктурные и др. Принятие решений о социально-экономическом развитии, о формировании стратегии управления инновационным развитием требует организации экспертного оценивания показателей развития региональной инновационной системы, а также факторов внешней среды.

Обычно для разработки стратегии создается некая группа по стратегическому планированию – консультативно-координирующий орган при администрации региона, обеспечивающий согласование действий органов региональной власти, бизнеса и сообщества, всех заинтересованных субъектов, участвующих в стратегическом планировании инновационного развития региона.

Типовая схема формирования экспертной комиссии включает такие этапы, как определение количественного состава экспертов, разработка формальных и профессиональных требований к эксперту, определение состава экспертной комиссии, определение степени компетентности каждого эксперта [1] (рис. 1).

Экспертная комиссия должна иметь в своем составе специалистов по каждой из групп факторов социально-экономического развития региона. При этом логично предположить, что в наибольшей степени должно учитываться мнение специалистов именно по тому профилю, к которому имеет отношение оцениваемый показатель. Так, например, при оценке кадрового блока показателей эксперты должны обладать знаниями экономики и социологии труда, трудового законодательства, механизма функционирования и регулирования рынка труда и иметь опыт работы в данной области. В то же время нельзя пренебрегать и мнением других членов экспертной комиссии, пусть даже не обладающих высокой степенью компетентности в данной области, поскольку нельзя допускать обособленности оценивания отдельных сфер развития региона, каждая проблема должна рассматриваться во взаимосвязи и с другими. Таким образом, возникает необходимость определения весов значимости экспертов при оценивании различных блоков показателей.

Минимальное количество экспертов определяется числом функциональных сфер жизнедеятельности региона, используемых при планировании. Например, в [2] выделяются шесть блоков показателей социально-экономического развития региона. В [3] минимальное количество экспертов предлагается определять по формуле (1).

$$N = 0,5\ (3/\alpha + 5), \qquad (6.1)$$

где $0< \alpha \leq 1$ – параметр, задающий минимальный уровень ошибки экспертизы. Исходя из этого условия минимальное количество экспертов равно 4 (при $\alpha = 1$).

Для каждого эксперта необходимо определить оценку уровня его компетентности по каждому блоку показателей.

В [1,4] называются такие основные требования к эксперту, как широкий кругозор и знание предметной области, наличие научных трудов и практического опыта, способность решать творческие задачи, независимость мышления и др. Таким образом, задача определения компетентности экспертов является многокритериальной. Наиболее популярным методом многокритериальной оценки альтернатив является метод взвешенных сумм [5].

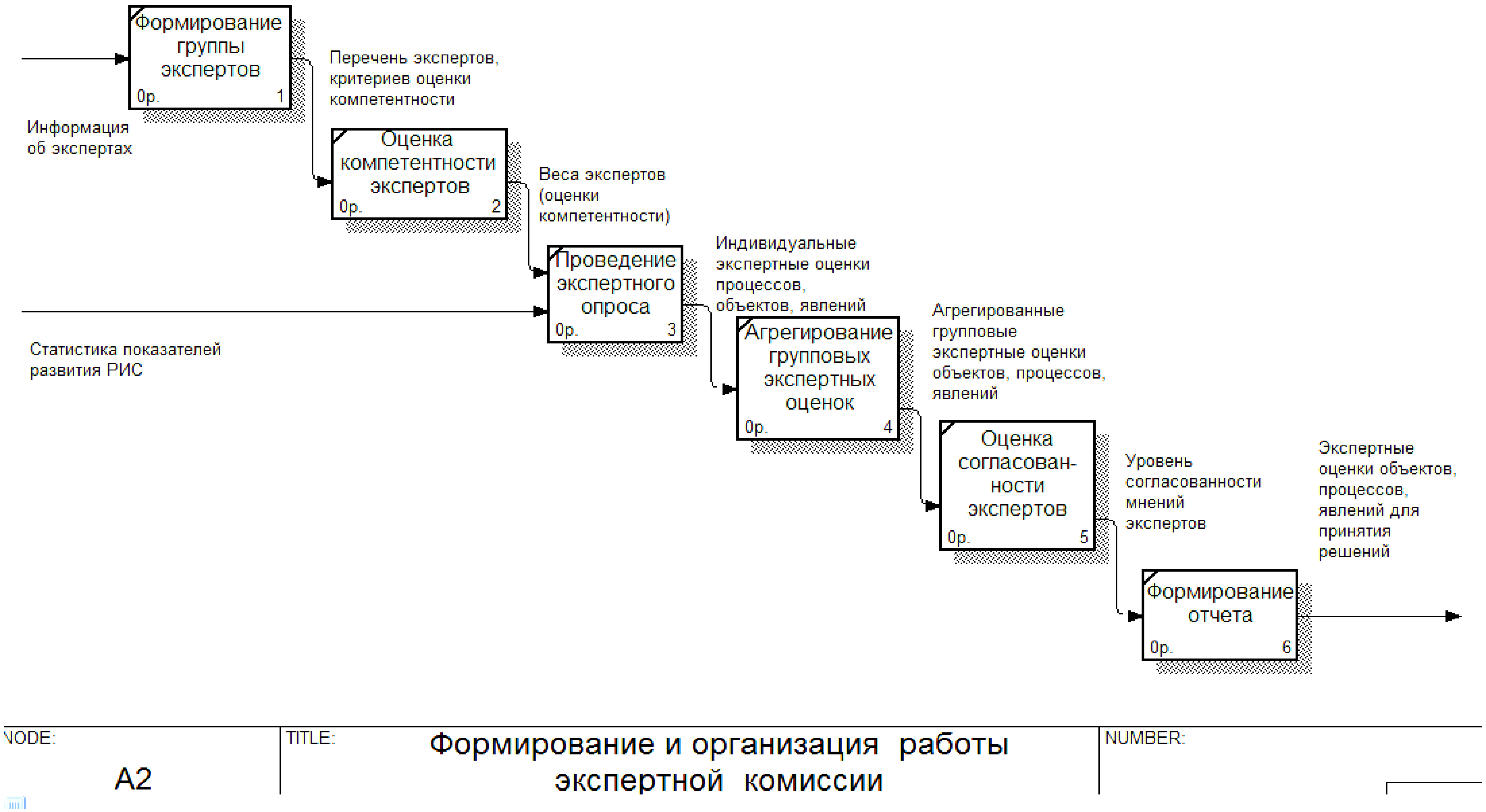

Рис.6.1. Основные этапы формирования экспертной комиссии и организации экспертных опросов

В [1] предлагается использовать следующие критерии и шкалы для оценивания экспертов:

1. Уровень образования: среднее (1 балл); среднее специальное (2–4 балла); высшее (5–8 баллов); наличие ученой степени (9–10 баллов).

2. Соответствие профиля образования предметной области (а именно конкретной сфере функционирования региона): не соответствует (1 балл); не очень соответствует (2–4 балла); более или менее соответствует (5–8 баллов); соответствует (9–10 баллов).

3. Опыт работы по профилю предметной области: отсутствует (1 балл); небольшой (2–4 балла); не очень большой (5–8 баллов); большой (9-10 баллов).

4. Административная и экономическая независимость в данной сфере: отсутствует (1 балл); низкая (2–4 балла); средняя (5–8 баллов); высокая (9–10 баллов).

5. Способность решать творческие задачи и опыт участия в экспертном оценивании: отсутствует (1 балл); низкая (2–4 балла); средняя (5–8 баллов); высокая (9–10 баллов).

Суммарная оценка уровня компетентности эксперта по *i*-тому функциональному блоку определяется по формуле (8.2),

$$Ок_i = \sum_j W_j O_j \ , \tag{6.2}$$

где $Ок_i$ – оценка уровня компетентности эксперта по *i*-тому функциональному блоку;

O_j – оценка эксперта по *j*-тому критерию;

W_j – вес критерия оценки эксперта, причем $\sum_j W_j = 1$.

Затем сводим полученные оценки $Ок_i$ в таблицу компетентности экспертов (табл.6.1).

Таблица 6.1

Таблица компетентности экспертов

Функциональные блоки	Эксперты						max
	1	2	3	4	…	*d*	$Ок_{is}$
Социально-экономический							
Кадровый							
Инвестиционный							
Инфраструктурный							
Производственный							
Финансовый							

На пересечении строк и столбцов находятся оценки уровня компетентности *s*-того эксперта по *i*-тому функциональному блоку $Ок_{is}$.

При анализе, планировании и прогнозировании социально-экономического развития региона данной таблицей можно воспользоваться:

1) для определения наиболее компетентного эксперта по определенному функциональному блоку показателей (в случае использования индивидуального метода экспертных оценок). Им будет являться эксперт, имеющий наибольшую оценку по *i*-тому блоку (max $Ок_{is}$);

2) для определения весов важности экспертов при групповом экспертном оценивании. Вес важности *s*-того эксперта по *i*-тому функциональному блоку определяется по формуле

$$W_{is} = \frac{Ок_{is}}{\sum_s Ок_{is}}. \quad (6.3)$$

Пример таблицы компетентности экспертов приведен в табл. 6.2.

Оценка согласованности экспертов

Субъективный характер восприятия экспертами оцениваемой ситуации приводит к расхождению в оценках экспертов. В связи с этим возникает две проблемы:

- получение агрегированной групповой оценки нескольких экспертов;
- оценка согласованности мнений экспертов.

Для решения первой проблемы необходимо назначение весов важности экспертов, учитывающих их компетентность в предметной области.

Если имеется *d* экспертов ($s = \overline{1, d}$), то имеется *d* весов важности W_s ($\sum W_s = 1$), и *d* полученных от экспертов оценок факторов развития региона x_s. Тогда агрегированная групповая оценка экспертов определяется по формуле (6.4),

$$x_{\text{груп}} = \sum_s W_s \cdot x_s. \quad (6.4)$$

Таблица 6.2

Пример таблицы компетентности экспертов с нормированными весами

Функциональные блоки	**Эксперты**										**Наиболее компетентный эксперт**
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	
Социально-экономический	0.100	0.102	0.097	0.087	0.129	0.126	0.093	0.066	0.100	0.100	№ 5
Кадровый	0.097	0.105	0.091	0.089	0.126	0.129	0.097	0.067	0.097	0.102	№ 6
Инвестиционный	0.101	0.103	0.098	0.088	0.130	0.109	0.095	0.066	0.109	0.101	№ 5
Инфраструктурный	0.087	0.099	0.113	0.096	0.122	0.102	0.090	0.093	0.073	0.125	№ 10
Производственный	0.081	0.092	0.111	0.100	0.114	0.111	0.106	0.098	0.070	0.117	№ 10
Финансовый	0.094	0.100	0.101	0.091	0.125	0.115	0.097	0.076	0.093	0.108	№ 5
Средняя оценка	**0.094**	**0.100**	**0.101**	**0.091**	**0.125**	**0.115**	**0.097**	**0.076**	**0.093**	**0.108**	**№ 5**

Например, пусть при оценивании вероятности реализации возможности внешней среды от пяти экспертов получены следующие оценки вероятности: x_1 =0,8, x_2 =0,7, x_3 =0,9, x_4 =0,5, x_5 =0,7. Веса важности экспертов W_1 =0,15, W_2 =0,2, W_3 =0,15, W_4 =0,1, W_5 =0,4. Тогда агрегированная групповая оценка $x_{\text{груп}}$=0,725.

Полученные экспертные оценки фактически представляют собой вариационный ряд

x_s	x_1	x_2	…	x_d
W_s	W_1	W_2	…	W_d

Поэтому критерием согласованности мнений экспертов может служить показатель вариации экспертных оценок. Для этих целей на практике используется коэффициент вариации K_v, который применяют не только для сравнительной оценки вариации, но и для характеристики однородности совокупности. Совокупность считается однородной, если коэффициент вариации не превышает 33 % (для распределений, близких к нормальному).

Таким образом, необходимо вычислить коэффициент вариации и сравнить его с нормативным значением (33 %). Если K_v ≤33 %, то считать оценки экспертов согласованными. Если K_v> 33 %, то оценки экспертов не согласованы, и тогда экспертам нужно пересмотреть свои оценки, причем наиболее правильным будет пересмотреть оценку, имеющую наибольшую разницу $\left|x - x_{\text{груп}}\right|$, при наличии одинаковых отклонений в первую очередь пересматривается оценка наименее компетентного эксперта.

Коэффициент вариации определяется по формуле,

$$K_v = \frac{\sigma}{\overline{x}} \cdot 100\ \%, \qquad (6.5)$$

где σ – среднее квадратическое отклонение;

$\overline{x}$ – среднее значение, или $x_{\text{груп}}$.

Используя введенные выше обозначения, среднее квадратическое отклонение определяется по формуле (6.6)

$$\sigma = \sqrt{\sum_s W_s \cdot (x_s - x_{\text{груп}})^2}\ , \qquad (6.6)$$

Для приведенного выше примера K_v=14,38 %, т.е. согласованность оценок экспертов достаточная.

Коэффициент вариации равен нулю при наибольшей согласованности оценок экспертов (все оценки одинаковые). С увеличением значения коэффициента вариации, степень согласованности экспертов снижается. Поэтому предлагается ввести следующую шкалу изменения коэффициента вариации [1] (табл.6.3):

Таблица 6.3

Шкала изменения коэффициента вариации

Значение коэффициента вариации	0–11%	11–22 %	22–33 %	> 33 %
Качественная характеристика согласованности экспертов	Очень высокая	Высокая	Умеренная	Недостаточная (слабая)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Захарова А.А. Математическое и программное обеспечение стратегических решений об инновационном развитии региона [Текст] : Учебное пособие / А.А. Захарова , А.А. Григорьева. - Томск : Изд-во ТПУ, 2012. - 210 с.
2. Захарова А.А. Система поддержки принятия решений о стратегии инновационного развития региона [Текст] : Монография / Захарова А.А. - Томск : Изд-во ТПУ, 2011. - 144 с.
3. Балдин, К.В. Управленческие решения [Текст] : Учебник для вузов / К.В. Балдин , С.Н. Воробьев , В.Б. Уткин. - 7-е изд. - М. : "Дашков и К", 2010. - 496 с. (гриф УМО)
4. Захарова А.А. Информационная система управления риском банкротства предприятия [Текст]: монография / А.А.Захарова, Е.В.Телипенко, А.А.Мицель, С.В.Сахаров. - Томск : Изд-во ТПУ, 2013. - 143 с.
5. Информационная система поддержки принятия решений о стратегии развития предприятия: методические указания к выполнению практических работ для студентов специальностей 080801 Прикладная информатика (в экономике), 080507 Менеджмент организации очной формы обучения / Сост. А.А. Захарова. – Юрга: Изд-во Юргинского технологического института (филиал) Томского политехнического университета, 2008. – 52 с.
6. Маслов А.В. Математическое моделирование в экономике и управлении [Текст] : учеб.пос.для вузов / А.В.Маслов, А.А.Григорьева. - 2-е изд.,исправ.и доп. - Томск : Изд-во ТПУ, 2012. – 269 с.(Гриф УМО)
7. Прохоров Ю.К., Фролов В. В. Управленческие решения: Учебное пособие. – 2-е изд., испр. и доп. – СПб: СПбГУ ИТМО, 2011. – 138 с.
8. Принятие решений в условиях неопределенности [Электронный ресурс] // Режим доступа http://www.immf.ru/upload/content/students/help/3_5.pdf
9. Принятие решений в условиях конфликта [Электронный ресурс] // Режим доступа http://www.immf.ru/upload/content/students/help/3_6.pdf
10. Трофимова Л.А. Методы принятия управленческих решений : учебное пособие / Л.А. Трофимова, В.В. Трофимов. – СПб. : Изд-во СПбГУЭФ, 2012. – 101 с.
11. Захарова А.А. Математические и инструментальные методы поддержки принятия решений: Методические указания к выполнению практических работ по курсу «Математические и инструментальные методы поддержки принятия решений» для магистрантов, обучающихся по направлению 230700 «Прикладная информатика». – Юрга: Изд-во ЮТИ ТПУ, 2012. – 78 с.